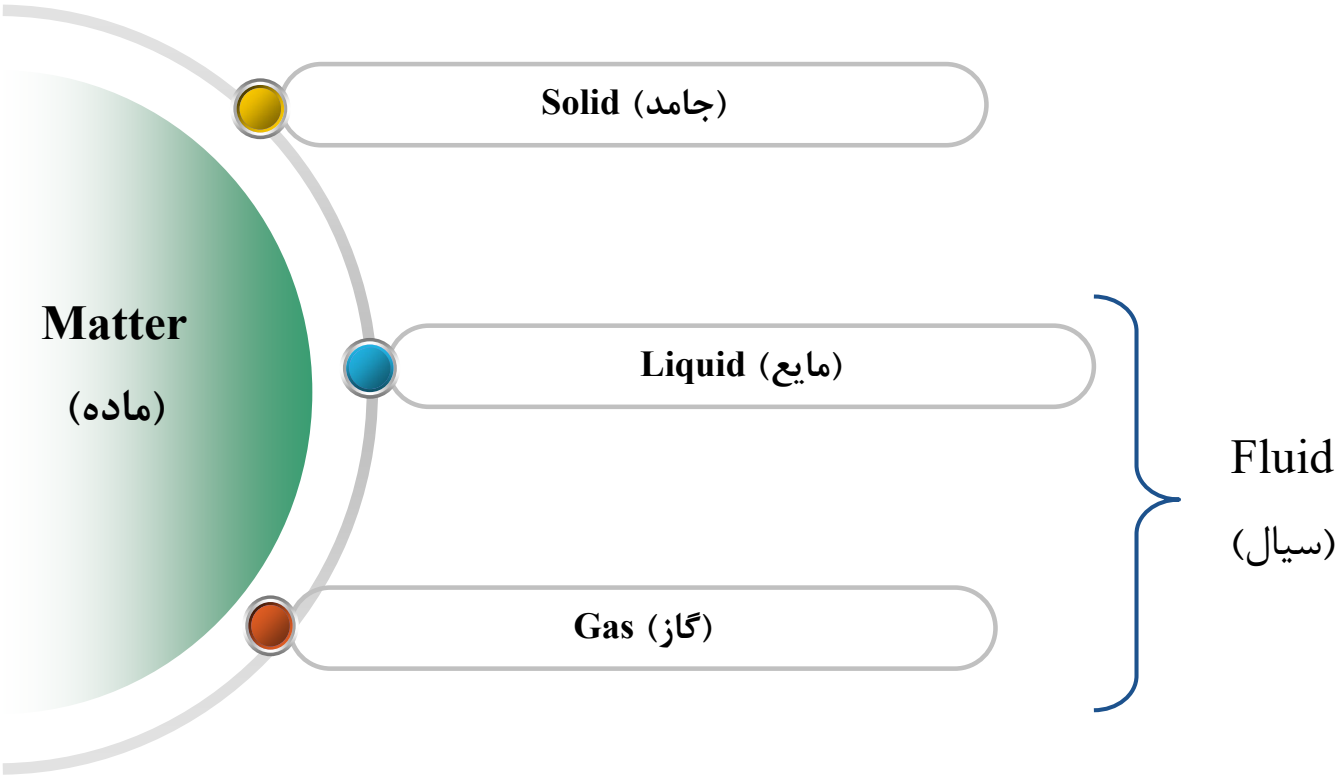
مکانیک سیالات

سیالات و خواص آنها

www.hadian.ir

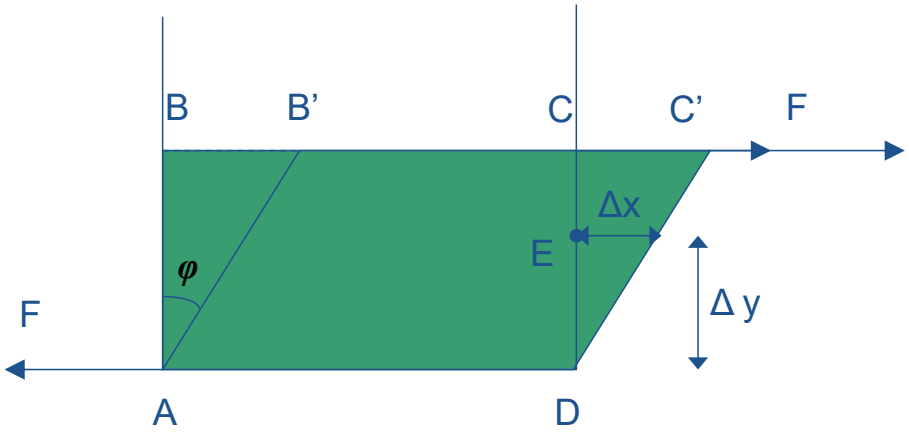
محمدرضا هادیان
دانشگاه یزد – دانشکده مهندسی عمران

تعریف سیال



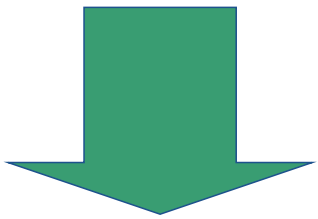
تعریف سیال

- جامدات بصورت دائمی در مقابل تغییر شکل مقاومت می‌کنند.
- سیالات به شکل ظرفی که در آن قرار دارند در می‌آیند (برای مایعات در اثر وزن خودشان).
- سیال در اثر اعمال نیروی برشی بصورت دائمی تغییر شکل می‌دهد.



تعریف سیال

سیال ماده‌ای است که تحت اثر نیروهای برشی وارد به آن بطور پیوسته تغییرشکل می‌دهد. (این تغییر شکل‌ها می‌تواند کوچک باشد.)

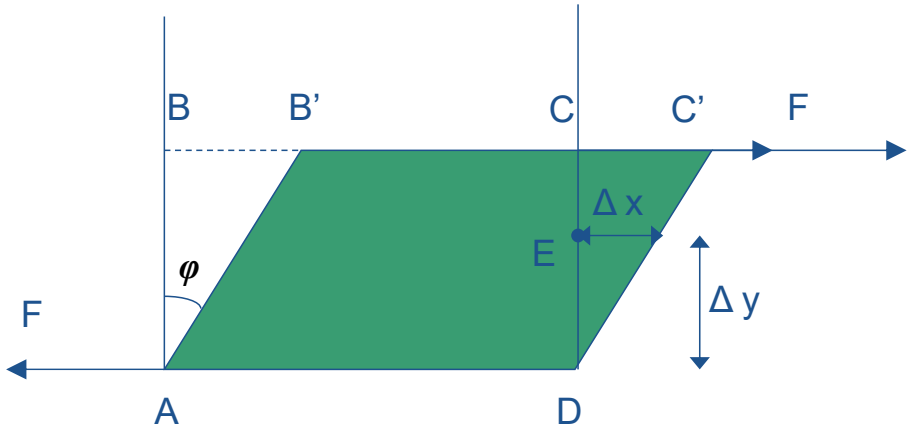


اگر سیالی در حال سکون باشد، هیچ تنش برشی بین لایه‌های آن وجود ندارد. بنابراین تمام نیروها در سیال باید عمود بر سطوحی باشند که نیروها به آنها اعمال می‌شود.

تنش برشی در سیال در حال حرکت

- هنگامی که سیال درحال حرکت باشد در آن تنش برشی توسعه می‌یابد.
- اگر سرعت ذرات نسبت به هم صفر باشد، تنش برشی در سیال بوجود نمی‌آید.
- اگر ذره‌ای از سیال نسبت به ذره مجاور خود حرکت داشته باشد (سرعت‌ها متفاوت داشته باشند)، سیال بین این دو ذره نسبت به حالت اولیه خود تغییر شکل می‌دهد و باعث ایجاد تنش می‌شود.
- معمولاً سیال در مجاور مرز جامد حرکت می‌کند که سرعت ذره چسبیده به آن با سرعت مرز جامد یکسان است و سرعت در لایه‌های مختلف تغییر کرده و زیاد می‌شود.
- در جامدات کرنش برشی ثابت است و برای یک تنش برشی ثابت، تغییر نمی‌کند.
- در سیال کرنش برشی مدام در حال افزایش است.
- مشاهدات آزمایشگاهی نشان داده که در سیالات نرخ تغییرات کرنش برشی متناسب با تنش برشی می‌باشد.

تنش برشی در سیال در حال حرکت



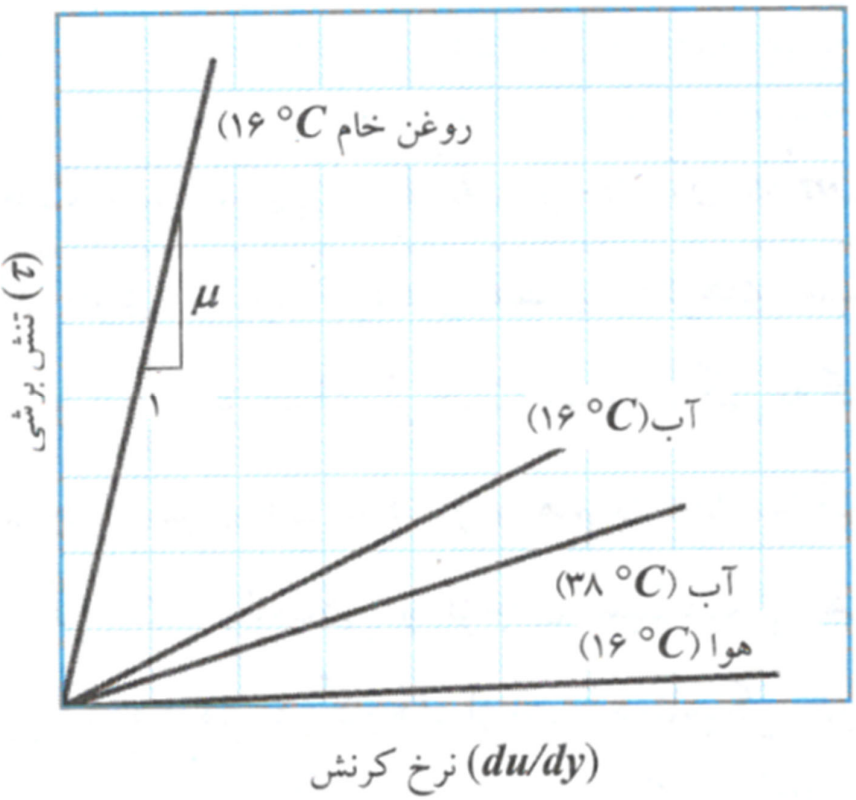
(کرنش برشی)Shear Strain: $\phi = \dfrac{\Delta x}{\Delta y}$

(نرخ کرنش برشی) Rate of Shear Strain $= \dfrac{\Delta x}{\Delta y \cdot t} = \dfrac{\Delta x}{\underbrace{t}_{\Delta u}} \dfrac{1}{\Delta y} = \dfrac{\Delta u}{\Delta y}$

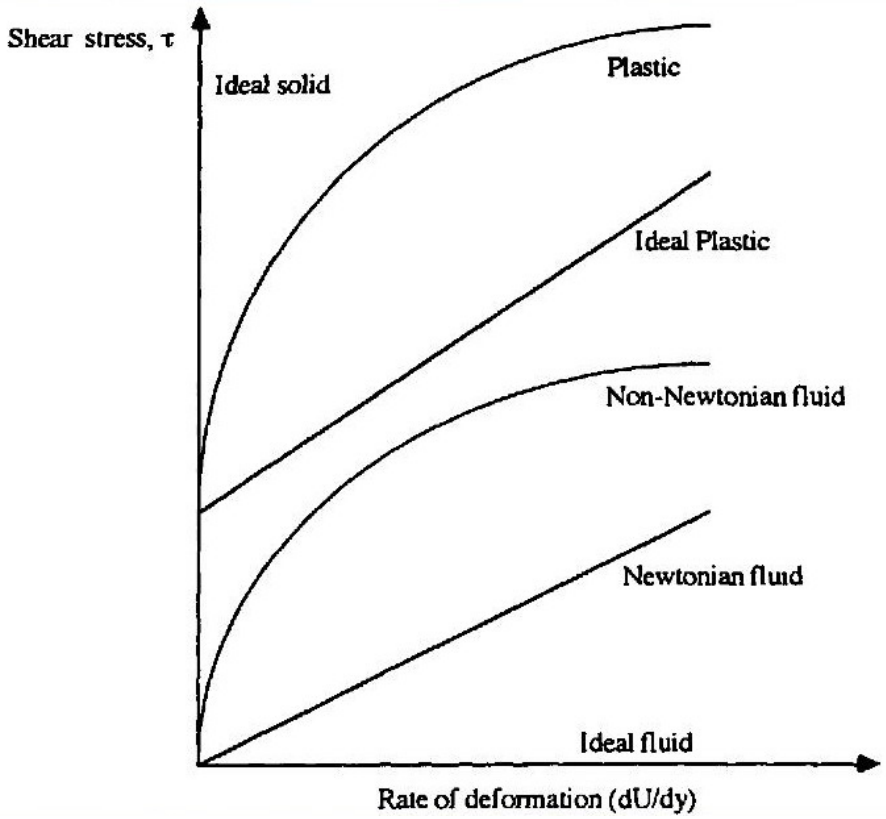
$\tau = \text{constant} \dfrac{\Delta u}{\Delta y}$ $\qquad$ $\tau = \mu \dfrac{du}{dy}$ ⟵ قانون لزجت نیوتن

μ: Dynamic Viscosity (لزجت دینامیکی)

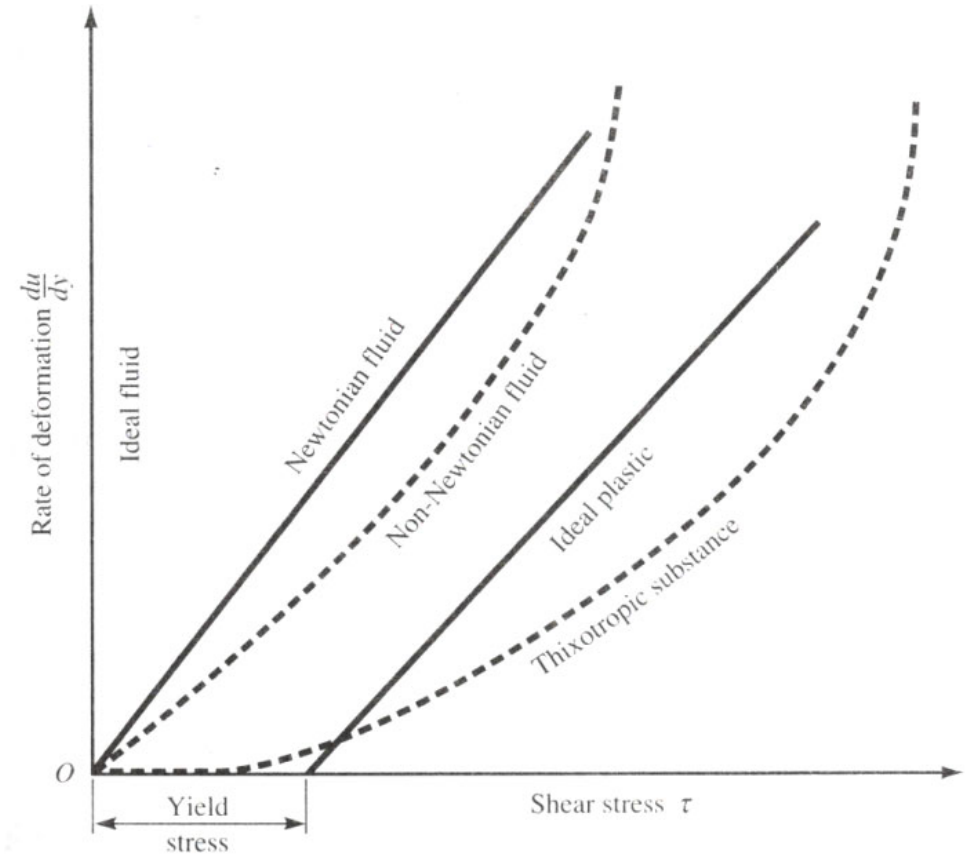
سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



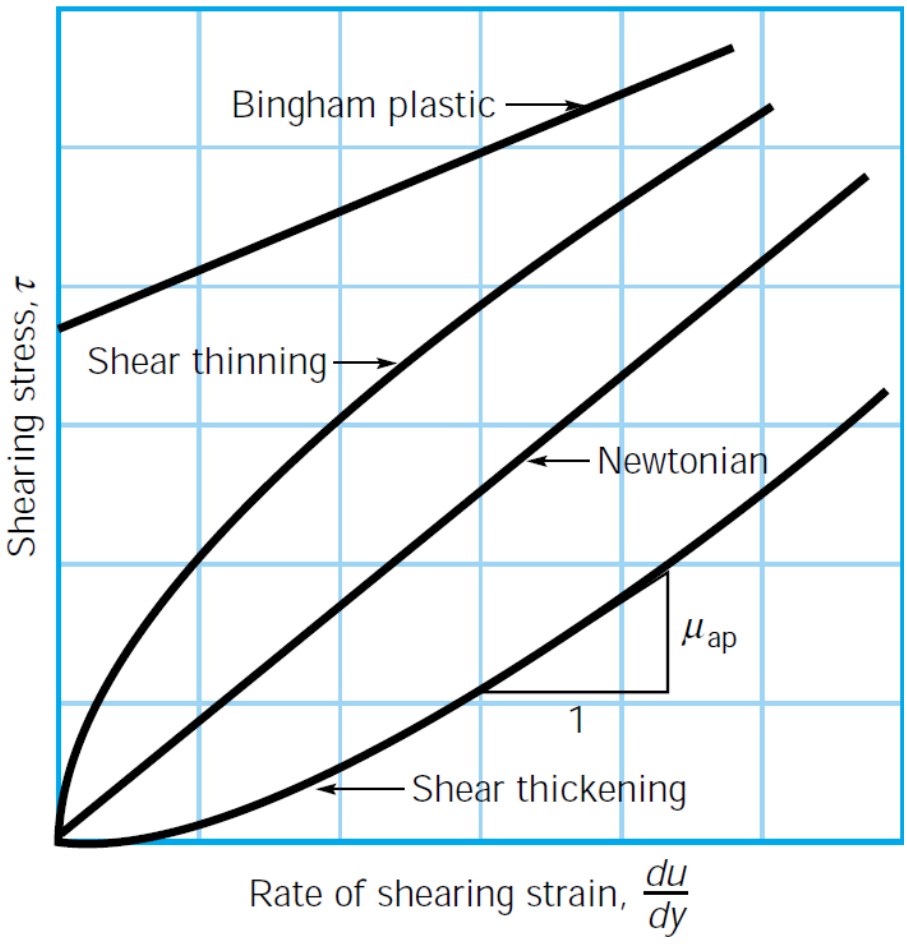
سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



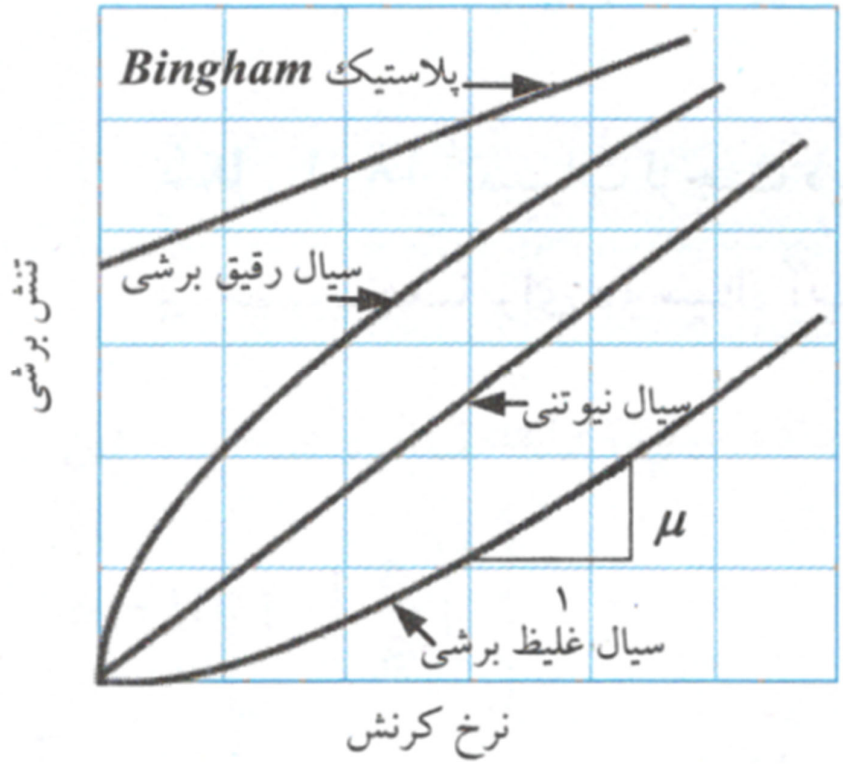
سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



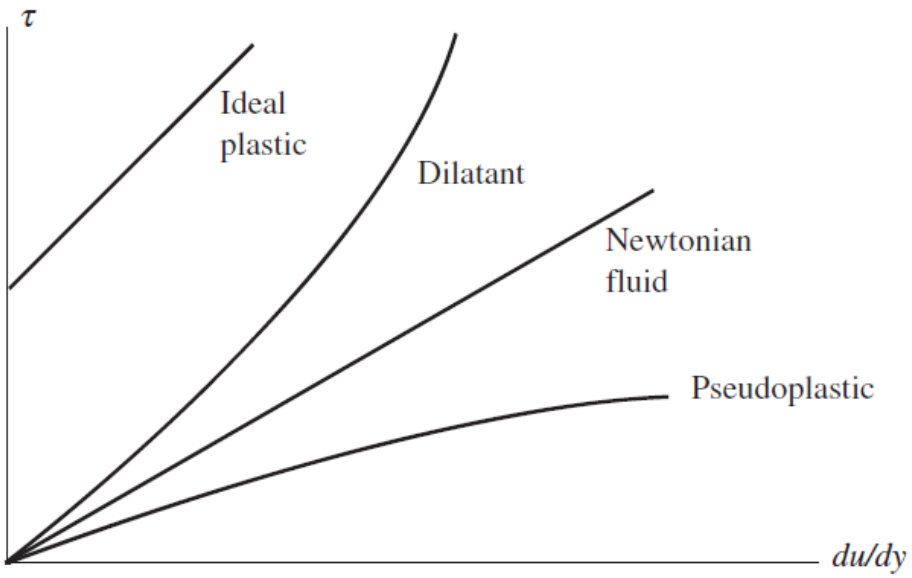
سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



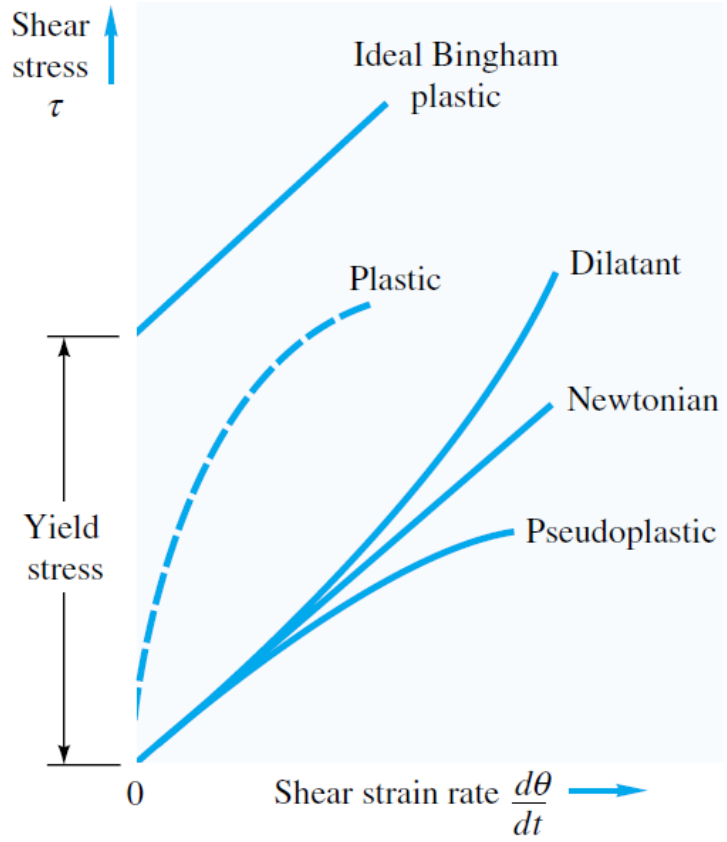
سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



سیال نیوتونی و غیرنیوتونی



مایعات و گازها

- مایعات و گازها هر دو خصوصیات سیال را دارند.

- فشرده کردن مایعات سخت است و معمولاً بصورت تراکم‌ناپذیر فرض می‌شوند.
- یک جرم معین از مایع، صرف نظر از شکل ظرفی که در آن قرار دارد، حجم معینی را اشغال می‌کند. و اگر حجم ظرف بیشتر از حجم مایع باشد، سطح آزاد تشکیل می‌شود.

- فشرده نمودن گازها نسبتاً آسان است.
- تغییرات حجم با تغییر فشار، زیاد است و به دما نیز بستگی دارد.
- یک جرم مشخص از گاز، حجم مشخصی ندارد و بطور یکنواخت گسترده می‌شود، مگر آنکه در ظرف بسته‌ای قرار داشته باشد.
- بطور کامل فضای ظرف را پر می‌کند و سطح آزاد تشکیل نمی‌دهد.

خواص سیالات

- **چگالی (دانسیته) : کمیتی از ماده در واحد حجم از آن ماده.**

دانسیته جرمی (جرم حجمی) [Mass Density]:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- **Unit: kg/m^3**
- **Dimension: ML^{-3}**
- **Typical values at $p=1.013\times10^5\ N/m^2$, $T=288.15\ K$:**
  - **Water: $1000\ kg/m^3$**
  - **Air: $1.23\ kg/m^3$**

دانسیته وزنی(وزن مخصوص) [specific weight]:

$$w=\rho g$$

- **Unit:N/m^3**
- **Dimension: $ML^{-2}T^{-2}$**
- **Typical values :**
  - **Water: $9.81\times10^3\ N/m^3$**
  - **Air: $12.07\ N/m^3$**

خواص سیالات

دانسیته نسبی [Relative density]: (برای گازها معمولاً استفاده نمی‌شود)

$$\sigma = \rho_{substance} / \rho_{water@4^\circ c}$$

- **Unit: no unit**
- **Dimension: $M^0\ L^0T^0=1$**
- **Typical values :**
  - **Water: 1**
  - **oil: 0.9**

خواص سیالات

- **لزجت [viscosity]:**
  - **لزجت دینامیکی [Dynamic viscosity]:**

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} = \frac{\text{force}/\text{area}}{\text{velocity}/\text{distance}} = \frac{\text{force} \times \text{time}}{\text{area}}$$

$$\text{or} \quad \frac{\text{mass}}{\text{length} \times \text{time}}$$

- Unit: Ns/m^2 or kg/ms; poise (P); 10 P= 1 kg/ms
- Dimension: $ML^{-1}T^{-1}$
- Typical values :
  - Water: 1.14×10^{-3} kg/ms
  - Air: 1.78×10^{-5} kg/ms

  - **لزجت سینماتیکی [kinematic viscosity]:**

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- Unit: m^2/s or stokes (St); 10^4 St=1 m^2/s
- Dimension: L^2T^{-1}
- Typical values :
  - Water: 1.14×10^{-6} m^2/s
  - Air: 1.46×10^{-5} m^2/s

تغییرات لزجت در گازها

لزجت در گازها بدلیل تبادل ممنتوم ناشی از برخورد مولکول‌های با سرعت‌های متفاوت است. با افزایش دما جنبش مولکول‌ها زیاد شده و این تبادل ممنتوم زیاد می‌شود.

درگازها با افزایش دما لزجت زیاد می‌شود.

- در فشارهای معمول لزجت گازها مستقل از فشار است ولی در فشارهای بالا، فشار بر لزجت تأثیر می‌گذارد.

تغییرات لزجت در مایعات

- در مایعات فاصله بین مولکول‌ها کمتر از گازها است و لذا لزجت در مایعات بدلیل دو عامل تبادل ممنتوم ناشی از برخورد مولکول‌ها و همچنین نیروی جاذبه بین مولکول‌ها می‌باشد.
- افزایش دما جنبش مولکولی را زیاد و جاذبه بین مولکول‌ها را کم‌می‌کند.
- آزمایش ⟵ درمایعات با افزایش دما لزجت کم می‌شود.

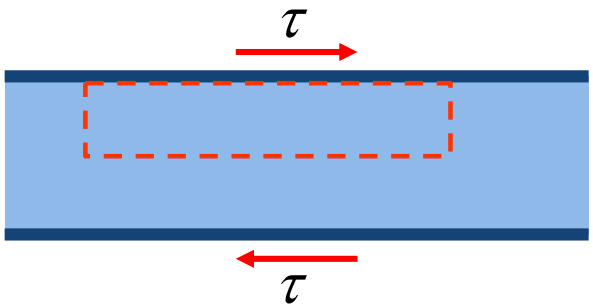
- در فشارهای بالا انرژی لازم برای جابجایی نسبی مولکول‌ها زیاد می‌شود و لذا لزجت زیاد می‌شود.
  - برای روغن‌هایی که در ماشین‌های هیدرولیکی مصرف می‌شود به ازاء افزایش فشار ۷۰ اتمسفر، لزجت حدود ۱۰ تا ۱۵٪ زیاد می‌شود.
  - لزجت آب به ازاء افزایش فشار از ۱ تا ۱۰۰۰ اتمسفر، دوبرابر می شود.

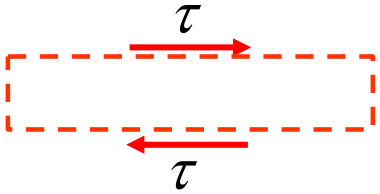
مثال

یک صفحه شیشه‌ای متحرک بفاصله h= ۱ mm از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین دوصفحه از سیالی به جرم مخصوص kg/m^3 ۱۰۰۰ پرشده است. اگر نیروی لازم برای حرکت صفحه با سرعت ثابت ۰/۱ m/s معادل ۴ pa باشد، ضریب لزجت سینماتیکی سیال چقدر است؟

چون نوع سیال بیان نشده، آن را سیال نیوتنی می‌گیریم.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad du = \frac{\tau}{\mu} dy \qquad \int_0^v du = \int_0^h \frac{\tau}{\mu} dy$$





مثال

یک صفحه شیشه‌ای متحرک بفاصله h= ۱ mm از صفحه ثابت دیگری قرار دارد. بین دوصفحه از سیالی به جرم مخصوص ۱۰۰۰ kg/m^3 پرشده است. اگر نیروی لازم برای حرکت صفحه با سرعت ثابت ۰/۱ m/s معادل ۴ pa باشد، ضریب لزجت سینماتیکی سیال چقدر است؟

چون نوع سیال بیان نشده، آن را سیال نیوتنی می‌گیریم.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad du = \frac{\tau}{\mu} dy \qquad \int_0^v du = \int_0^h \frac{\tau}{\mu} dy \qquad \int_0^v du = \frac{\tau}{\mu} \int_0^h dy$$

این همان توزیع سرعت خطی است:

$$v = \frac{\tau}{\mu} h \qquad \tau = \mu \frac{v}{h}$$

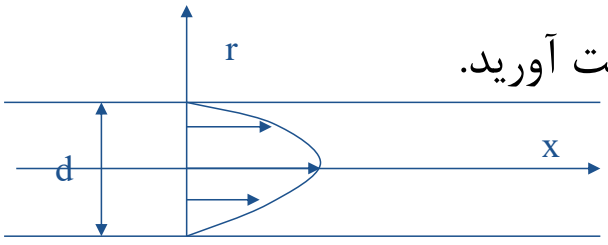
$$4 = \mu \frac{0.1}{0.001} \qquad \mu = 0.04 \frac{kg}{ms} \qquad \nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.04}{1000}$$

$$\nu = 0.04 \times 10^{-3} \frac{m^2}{s}$$

مثال

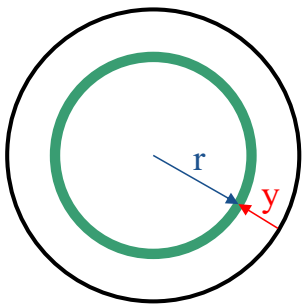
برای جریان آرام در یک لوله، توزیع سرعت مطابق رابطه زیر است.

- تنش برشی روی جدار لوله و همچنین در فاصله r=d/۴ از مرکز لوله چقدر است؟
- نیروی مقاوم وارد بر طول L از لوله را بدست آورید.



$$u = \frac{\beta}{4\mu}\left[\frac{d^2}{4} - r^2\right]$$

$$\frac{du}{dy} = -\frac{du}{dr} = -\frac{\beta}{4\mu}(-2r) = \frac{\beta r}{2\mu}$$



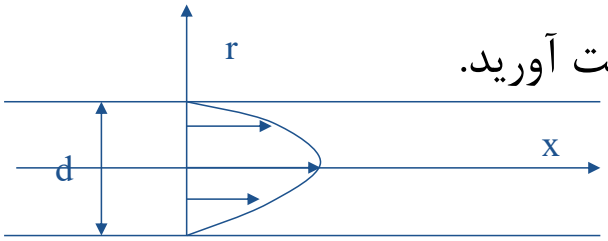
$$r + y = R = \frac{d}{2}$$

$$dr + dy = 0$$

مثال

برای جریان آرام در یک لوله، توزیع سرعت مطابق رابطه زیر است.

- تنش برشی روی جدار لوله و همچنین در فاصله r=d/۴ از مرکز لوله چقدر است؟
- نیروی مقاوم وارد بر طول L از لوله را بدست آورید.



$$u = \frac{\beta}{4\mu}\left[\frac{d^2}{4} - r^2\right]$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = \frac{\beta r}{2}$$

$$\frac{du}{dy} = -\frac{du}{dr} = -\frac{\beta}{4\mu}(-2r) = \frac{\beta r}{2\mu}$$

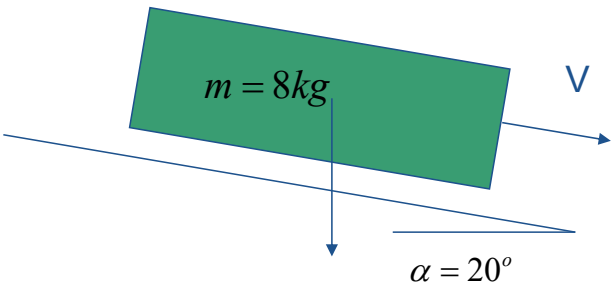
$$at \quad wall: \tau_w = \frac{\beta d}{4}$$

$$at \quad r = d/4: \tau = \frac{\beta d}{8}$$

$$Drag \quad Force = \frac{\beta d}{4} \times \pi d L = \frac{\beta d^2 \pi L}{4}$$

مثال

مطابق شکل مکعبی به جرم ۸Kg روی سطح شیب‌داری به زاویه ۲۰ درجه به پایین می‌لغزد. فاصله بین مکعب و سطح شیبدار به ضخامت ۲mm از روغن با لزجت μ=۰/۴۴Kg/ms پر شده است. اگر سطح تماس مکعب با سطح شیبدار ۰/۲ مترمربع باشد، سرعت نهایی مکعب چقدر است؟



$$\Sigma F_x = 0$$

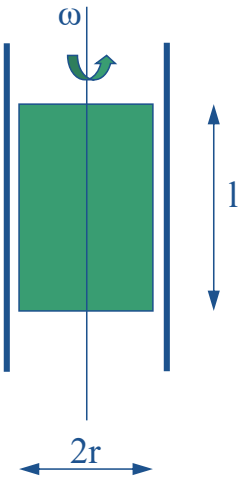
$$W Sin\alpha - \tau . A = 0$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = 0.44 \times \left(\frac{V_T}{0.002}\right)$$

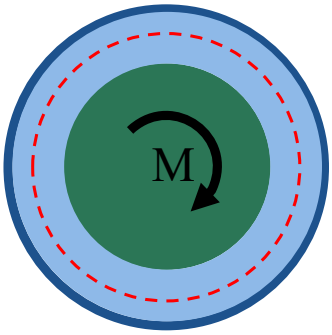
$$W = mg, \quad V_T = 0.61 m/s$$

مثال

پیستوی به قطر و ارتفاع ۱۰ cm درون یک سیلندر با سرعت ۱۲۰ rpm می‌چرخد. فاصله بین پیستون و سیلندر، ۰/۰۳ cm بوده و با روغن به لزجت ۰/۰۰۸ kg/ms پر شده است. توان لازم برای چرخش پیستون چقدر است؟



مثال

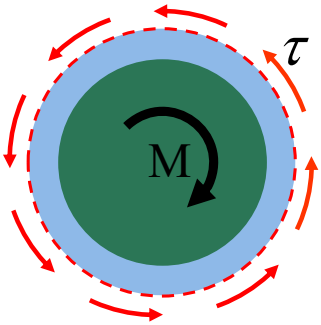


تنش ثابت نبوده و غیر خطی است.

توان در سیستم سرعت خطی = زمان/انرژی=توان در سیستم سرعت خطی $= \frac{F.d}{t} = F.v$

توان در سیستم سرعت زاویه‌ای $= M.\omega$

$$M = \tau(2\pi rl).r = \tau 2\pi r^2 l \qquad \tau = \frac{M}{2\pi r^2 l}$$



مثال

زمان/انرژی=توان در سیستم سرعت خطی $= \frac{F.d}{t} = F.v$

توان در سیستم سرعت زاویه‌ای $= M.\omega$

تنش ثابت نبوده و غیر خطی است. $\tau = \frac{M}{2\pi r^2 l}$ $M = \tau(2\pi rl).r = \tau 2\pi r^2 l$

$\omega = 120\,rpm = 120 \times \frac{2\pi}{60} = 4\pi \frac{rad}{s}$ $-\mu \frac{du}{dr} = \frac{M}{2\pi r^2 l}$ $\tau = \mu \frac{du}{dy} = -\mu \frac{du}{dr}$

$-\mu \int_0^{r\omega=0.05*4\pi} du = \frac{M}{2\pi l} \int_{0.05+0.03*10^{-2}}^{0.05} \frac{dr}{r^2}$ $-\mu\, du = \frac{M}{2\pi l} \frac{dr}{r^2}$

$P = 0.33\,w$ $P = M\omega = 0.0265 \times 4\pi$ $M = 0.0265\ Nm$

مثال

اگر توزیع سرعت را خطی فرض کنیم (تنش برشی ثابت):

$$\tau = 0.008 \frac{4\pi \times 0.05}{0.03 \times 10^{-2}} = 16.76 \frac{N}{m^2}$$

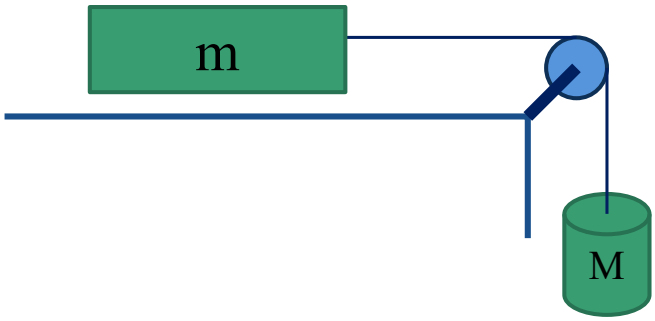
$$M = 2\pi r^2 l\, \tau = 2\pi \times 0.05^2 \times 0.1 \times 16.76 = 0.0263\ Nm$$

$P \cong 0.33\,w$ $P = M\omega = 0.0263 \times 4\pi$

مثال

جسمی به جرم m روی سطح افقی توسط کابل و قرقره بدون اصطکاک به وزنه‌ای به جرم M متصل شده است. فاصله Δ بین جسم و سطح افقی از سیال با لزجت μ پر شده است.

- سرعت حدی وزنه چقدر است؟
- از لحظه رها کردن وزنه چه زمانی طول می‌کشد تا سرعت وزنه به نصف سرعت حدی برسد؟
- در صورت پاره شدن طناب، چقدر طول می‌کشد تا سرعت جسم به ثلث سرعت حدی برسد؟

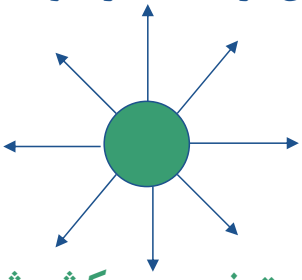


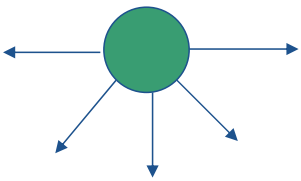
مثال

دیسکی به شعاع R روی صفحه ثابتی با فاصله Δ قرار گرفته و فضای بین صفحه و دیسک با سیالی که لزجت آن μ است، پر شده است. اگر دیسک حول محور قائم با سرعت زاویه‌ای ثابت ω دوران کند، گشتاور لازم برای این دوران چقدر است؟

نیروی کشش سطحی

- در مایعات، نیروی جاذبه مولکولی، مولکول‌های مایع را از همه طرف جذب می‌کند.
  - در مولکولهای میانی اثر برآیند این نیروی جاذبه صفر می‌شود.
  - در مولکول‌هایی که در سطح تماس مایع با گاز یا سطح تماس مایع با مایع دیگری که در هم حل نمی‌شود، قرار گرفته‌اند، اثر این برآیند صفر نبوده و مولکول‌های سطح را به درون می‌کشد.





- اثر این نیرو در مولکول‌های سطح مایع بصورت نیروی کشش سطحی ظاهر می‌شود و سطح مایع مانند یک تیر الاستیک عمل می‌کند.
- کشش سطحی (σ) بصورت نیرو در واحد طول خطی که بر سطح مایع فرض می‌شود، تعریف می‌گردد.
- اثر نیرو تمایل به حداقل کردن سطح یک حجم مشخص از مایع است. (دلیل گرد بودن قطرات مایع برای حداقل کردن سطح)

نیروی کشش سطحی

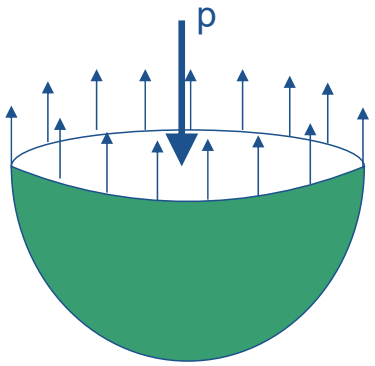
می‌خواهیم فشار را درون یک قطره کروی شکل حساب کنیم:

Force of internal pressure = $p \times \pi r^2$

Force of surface tension = $\sigma \times 2 \pi r$

$p \times \pi r^2 = \sigma \times 2 \pi r$

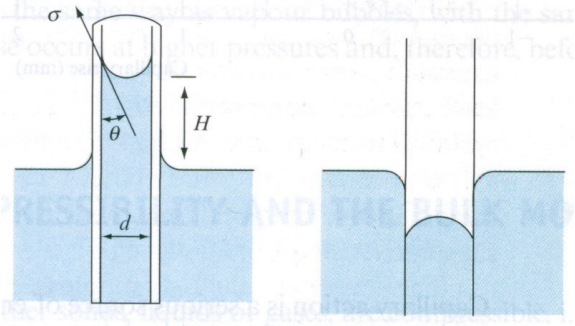
$p = 2\sigma/r$



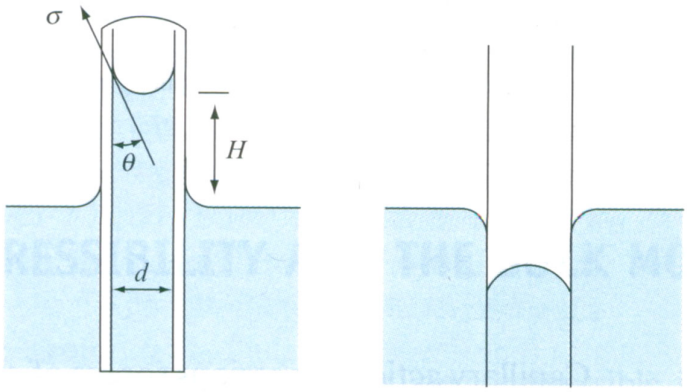
- برای یک استوانه سیال (طول آن خیل بزرگتر از قطر است) مقدار این نیرو $p = \sigma/r$ بدست می‌آید.
  - برای آب در ۲۰ درجه سلسیوس: $\sigma = 0.074$ N/m
  - برای آب در ۱۰۰ درجه سلسیوس: $\sigma = 0.059$ N/m

موئینگی Capilarity

- موئینگی یکی از اثرات نیروی کشش سطحی و چسبندگی ذرات مـایع بـه جـدار ظـرف می‌باشد.
- موئینگی باعث ایجاد خطا در خواندن تراز مایع در لوله‌های اندازه‌گیری می‌شود. لذا بایـد قطر لوله‌ها را بزرگ گرفت.
- اگر مایع جدار ظرف را خیس کند، نیروی چسبندگی بین مایع و سطح جامـد بیشـتر از نیروی کشش سطحی است و مایع در لوله بالا می‌رود.
- اگر مایع جدار ظرف را خیس نکند، نیروی نیروی کشش سطحی بیشتر از چسبندگی بین مایع و سطح جامد است و مایع در لوله پائین می‌رود.
- موئینگی به نوع مایع و تمیزی سطح هم بستگی دارد.



موئینگی Capilarity



محیط استوانه × مولفه کشش سطحی در راستای قائم = کشش در راستای قائم

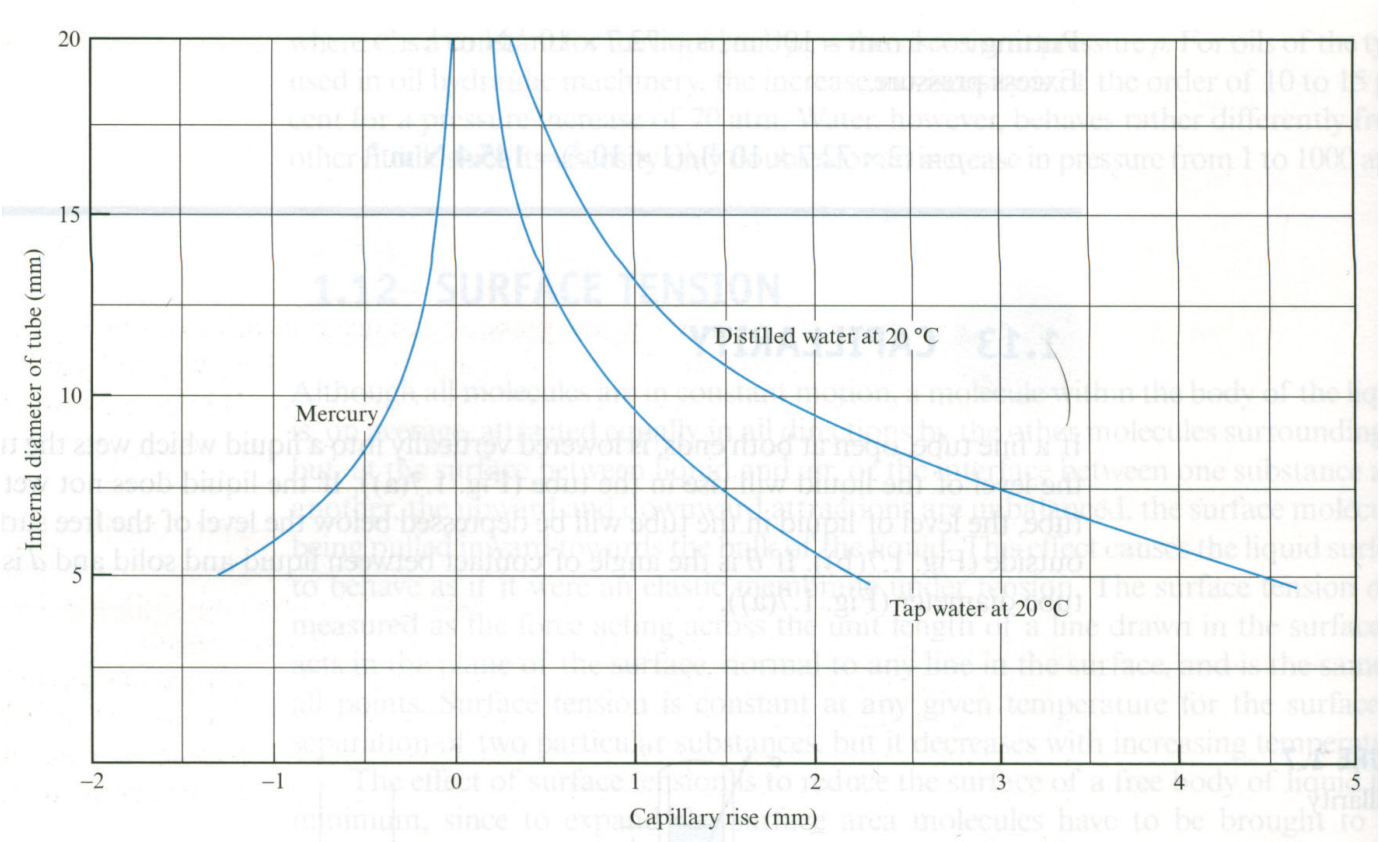
$$= \sigma \cos(\theta)\, \pi\, d$$

$$\text{وزن مایع بالارفته} = \rho\, g\, (\pi/4)\, d^2\, H$$

$$\sigma \cos(\theta)\, \pi\, d = \rho\, g\, (\pi/4)\, d^2\, H$$

$$H = 4\, \sigma \cos(\theta) / \rho g d$$

موئینگی Capilarity



قابلیت تراکم و مدول بالک

- تمام مواد، اعم از جامدات، مایعات و گازها قابل تراکم هستند.

$p \longrightarrow p+\delta p$

$V \longrightarrow V+\delta V$

کرنش حجمی/تغییرات فشار = مدول بالک

$$K = -\frac{\delta p}{\frac{\delta V}{V}} = -V\frac{\delta p}{\delta V}$$

$$\boxed{K = -V\frac{dp}{dV}}$$

For unit mass: $V = \frac{1}{\rho} \longrightarrow V\,d\rho + \rho\,dV = 0 \longrightarrow dV = -\left(\frac{V}{\rho}\right)d\rho$

$$\frac{dV}{V} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)d\rho \longrightarrow \boxed{K = \rho\frac{dp}{d\rho}}$$

قابلیت تراکم و مدول بالک

- برای گازها که تراکم‌پذیر هستند، مقدار K وابسته به فشار بوده و خیلی سریع تغییر می‌کند.
- در مایعات با افزایش فشار مولکول‌ها به هم نزدیک شده و K زیادمی‌شود (برای آب با افزایش فشار از ۱ به ۳۵۰۰ اتمسفر، K دوبرابر می‌شود)، اما با افزایش دما K کاهش می‌یابد.
- در گازها برای فشارهای کم می‌توان سیال را غیرقابل تراکم فرض کرد ولی بصورت کلی سیال قابل تراکم هستند، اما مایعات برای فشارهای معمول در مکانیک افزایش دانسیته قابل توجهی ندارند و سیال غیرقابل تراکم فرض می‌شوند.

  - Unit: N/m^2
  - Dimension: $ML^{-1}T^{-2}$
  - Typical values:
    - Water: 2.05×10^9 N/m^2
    - Oil : 1.62×10^9 N/m^2

تحقیق و مطالعه توسط دانشجو

- تعریف فشار بخار و فشار بخار اشباع
- خلازایی یا کاویتاسیون
  - چرا ایجاد می‌شود؟
  - در کجا ایجاد می‌شود؟
  - روش‌های جلوگیری از آن؟

مثال

در عمق ۸/۵ کیلومتری یک اقیانوس فشار MN/m^2 ۹۰ است. اگر در سطح دریا وزن مخصوص آب KN/m^3 ۱۰/۲ =γ و KN/m^2 ۲/۴×۱۰^۶ =K باشد، وزن مخصوص آب در عمق ۸/۵ کیلومتری چقدر است؟

$$K = \rho \frac{dp}{d\rho} \qquad K = \gamma \frac{dp}{d\gamma} \qquad 2.4\times10^6 \times10^3 = 10.2 \frac{90\times10^6}{d\gamma}$$

$$d\gamma = 10.2 \frac{90}{2.4\times10^3} = 0.38 \frac{KN}{m^3} \qquad \boxed{\gamma_2 = 10.2 + 0.38 = 10.58 \frac{KN}{m^3}}$$