

مکانیک سیالات

جریان ماندگار سیال در مجاری بسته

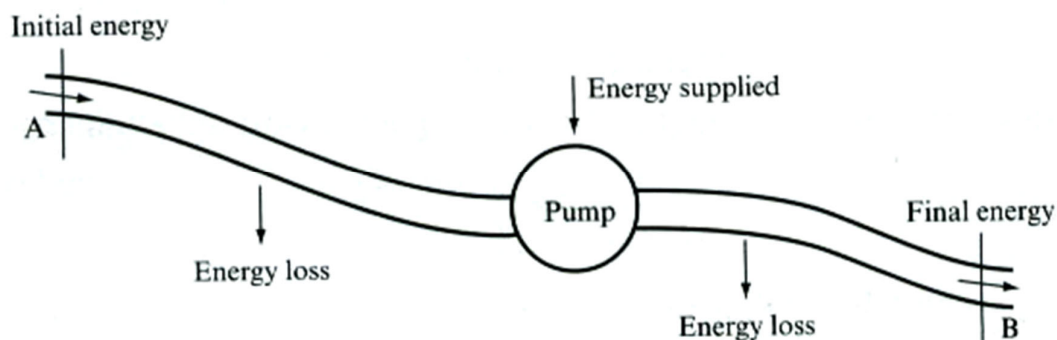
www.hadian.ir



محمد رضا هادیان
دانشگاه یزد - دانشکده مهندسی عمران

جریان سیال ماندگار در مجاری بسته

● برای محاسبه پارامترهای جریان در مجاری بسته، از معادلات پیوستگی و انرژی استفاده می‌شود. با نوشتن معادلات برای بخش‌های مختلف و در نظر گرفتن کلیه افت‌ها در مسیر جریان، مجهولات مسئله بدست می‌آید.



$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A + h_P = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + h_f$$

$$h_f = \sum f_i \frac{L_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum K_i \frac{v_i^2}{2g}$$

جریان سیال ماندگار در مجاری بسته

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{4Q}{\pi d^2} \right)^2 = f \frac{L}{d} \frac{1}{2g} \frac{16Q^2}{\pi^2 d^4} = f L \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q^2}{d^5} \cong \frac{fL}{12} \frac{Q^2}{d^5}$$

$$h_f \propto Q^2 \quad h_f \propto \frac{1}{d^5}$$

● برای جریان آرام:

$$h_f = \frac{64}{\text{Re}} L \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q^2}{d^5} = \frac{64}{\frac{\rho v d}{\mu}} L \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q^2}{d^5} = \frac{64 \mu}{\rho \frac{4Q}{\pi d^2} d} L \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q^2}{d^5}$$

$$h_f \propto Q \quad h_f \propto \frac{1}{d^4} \quad = \frac{128 \mu L}{\rho g \pi} \frac{Q}{d^4}$$

مسائل جریان ماندگار در لوله

۳ نوع مسئله در طراحی خط لوله:

نوع مسئله	مقادیر معلوم	مجهولات	Re	ε/d
I	Q, L, d, v, ε	h_f	✓	✓
II	$h_f, L, d, v, \varepsilon$	Q	?	✓
III	$h_f, Q, L, v, \varepsilon$	d	?	?

مثال جریان ماندگار در لوله – نوع اول

در خط لوله‌ای از جنس فولاد ضدزنگ به طول ۴۰۰ متر و قطر ۲۰۰ میلی متر، روغن با دبی ۱۴۰ لیتر بر ثانیه و ویسکوزیته $0.0001 \text{ m}^2/\text{s}$ جریان دارد. افت انرژی اصطکاکی در این خط لوله را حساب کنید.

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{Q}{\pi d^2 / 4} \cdot \frac{0.2}{0.0001} = 890000$$
$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{0.25}{200} = 0.00125$$

از دیاگرام مودی $f = 0.023$

$$h_f = \frac{0.023 \times 400}{0.2} \cdot \frac{v^2}{2 \times 9.81} = 46.58 \text{ N} - m / N$$

مراحل حل در یک مسئله با سعی و خطا

- ❑ مسئله را بصورت پارامتری حل کنید و مراحل سعی و خطا را طراحی کنید.
- ❑ روابط را بصورت پارامتری ساده کنید.
- ❑ روابط بدست آمده را عدد گذاری کرده و ساده کنید.
- ❑ سعی کنید اعداد ثابت را در حافظه‌های مختلف ماشین حساب ذخیره کنید.
- ❑ محاسبات را بصورت جدولی انجام دهید.
- ❑ معیار عددی مشخصی برای پایان محاسبات در نظر بگیرد. (مطلق یا نسبی)
- ❑ در حین محاسبات حتماً روند حل مسئله را کنترل کنید.

مثال جریان ماندگار در لوله – نوع دوم

عدد رینولدز مشخص نیست و حل مسئله با سعی و خطا امکان پذیر است.

آب در دمای ۱۵ درجه در لوله آهنی با زبری موثر ۳ میلی متر و قطر ۳۰۰ میلی متر جریان دارد. چنانچه افت انرژی اصطکاکی برای ۳۰۰ متر طول لوله برابر با ۶ متر باشد، دبی جریان را محاسبه نمایید.

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}$$

مثال جریان ماندگار در لوله – نوع دوم

عدد رینولدز مشخص نیست و حل مسئله با سعی و خطا امکان پذیر است.

آب در دمای ۱۵ درجه در لوله آهنی با زبری موثر ۳ میلی متر و قطر ۳۰۰ میلی متر جریان دارد. چنانچه افت انرژی اصطکاکی برای ۳۰۰ متر طول لوله برابر با ۶ متر باشد، دبی جریان را محاسبه نمایید.

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad v = \sqrt{\frac{h_f \times 2g \times d}{f \times L}}$$

مثال جریان ماندگار در لوله – نوع دوم

عدد رینولدز مشخص نیست و حل مسئله با سعی و خطا امکان پذیر است.

آب در دمای ۱۵ درجه در لوله آهنی با زبری موثر ۳ میلی متر و قطر ۳۰۰ میلی متر جریان دارد. چنانچه افت انرژی اصطکاکی برای ۳۰۰ متر طول لوله برابر با ۶ متر باشد، دبی جریان را محاسبه نمایید.

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad v = \sqrt{\frac{h_f \times 2g \times d}{f \times L}}$$

❖ حدس f

❖ محاسبه v

❖ محاسبه Re

❖ محاسبه Q

❖ حل معادله کلبروک وایت و محاسبه f جدید

❖ تکرار محاسبات تا رسیدن به همگرایی

مثال جریان ماندگار در لوله – نوع دوم

عدد رینولدز مشخص نیست و حل مسئله با سعی و خطا امکان پذیر است.

آب در دمای ۱۵ درجه در لوله آهنی با زبری موثر ۳ میلی متر و قطر ۳۰۰ میلی متر جریان دارد. چنانچه افت انرژی اصطکاکی برای ۳۰۰ متر طول لوله برابر با ۶ متر باشد، دبی جریان را محاسبه نمایید.

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad v = \sqrt{\frac{h_f \times 2g \times d}{f \times L}}$$

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0.01$$

$$v = \sqrt{\frac{6 \times 2 \times 9.81 \times 0.3}{300 \times f}} = \frac{0.3431}{\sqrt{f}}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{v \times 0.3}{10^{-6}} = v \times 3 \times 10^5$$

$$Q = v \times A = v \times \frac{\pi d^2}{4} = v \times \frac{\pi \times 0.3^2}{4} = \frac{9\pi}{400} v = 0.07069 \times v$$

مثال جریان ماندگار در لوله - نوع دوم

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0.01$$

$$v = \frac{0.3431}{\sqrt{f}}$$

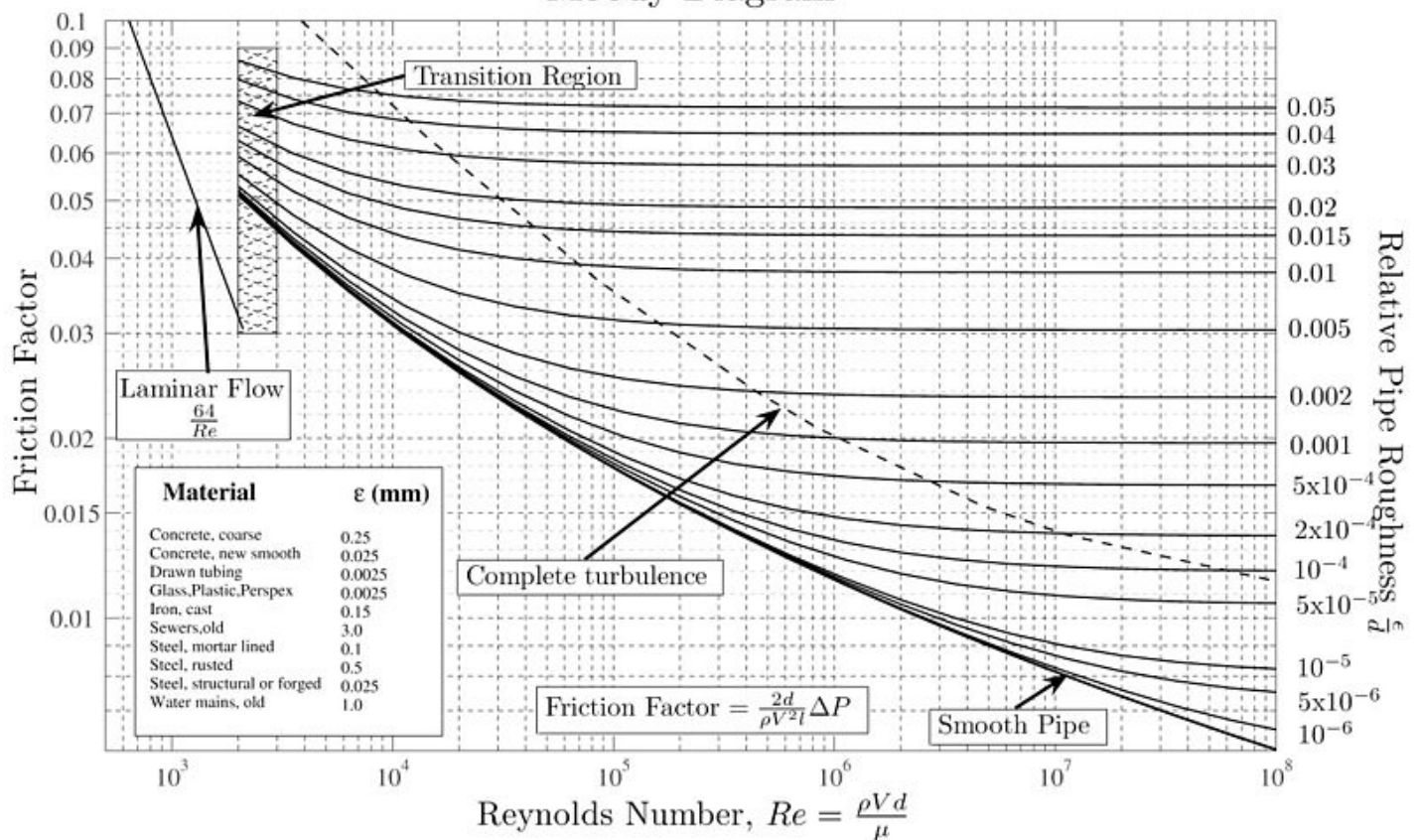
$$Re = v \times 3 \times 10^5$$

$$Q = 0.07069 \times v$$

f	v(m/s)	Re	Q(lit/s)	%ErrQ

مثال جریان ماندگار در لوله - نوع دوم

Moody Diagram



مثال جریان ماندگار در لوله - نوع دوم

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0.01 \quad v = \frac{0.3431}{\sqrt{f}} \quad \text{Re} = v \times 3 \times 10^5 \quad Q = 0.07069 \times v$$

f	v(m/s)	Re	Q(lit/s)	%ErrQ
0.0450	1.617	485217	114.3	
0.0380	1.760	528020	124.4	8.1
0.0380	1.760	528020	124.4	0

جریان ماندگار در لوله - نوع سوم

از لوله‌ای به طول ۳۰۵۰ متر، روغن بادی ۰/۲۵ مترمکعب بر ثانیه و افت اصطکاکی ۲۲/۹ متر عبور می‌کند. چنانچه زبری مطلق جدار لوله ۰/۰۰۰۰۴۶ متر باشد، قطر لوله را حساب کنید. $\nu = 9.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$h_f = f \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} = f \frac{L}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\pi \frac{d^2}{4}} \right)^2 = f L \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q^2}{d^5}$$

- (۱) فرض f
- (۲) محاسبه قطر لوله
- (۳) محاسبه عدد رینولدز
- (۴) محاسبه زبری نسبی
- (۵) محاسبه f از دیاگرام یا رابطه
- (۶) بازگشت به مرحله ۲ تا رسیدن به همگرایی

$$d = \left(\frac{8LQ^2}{h_f g \pi^2} \cdot f \right)^{\frac{1}{5}}$$

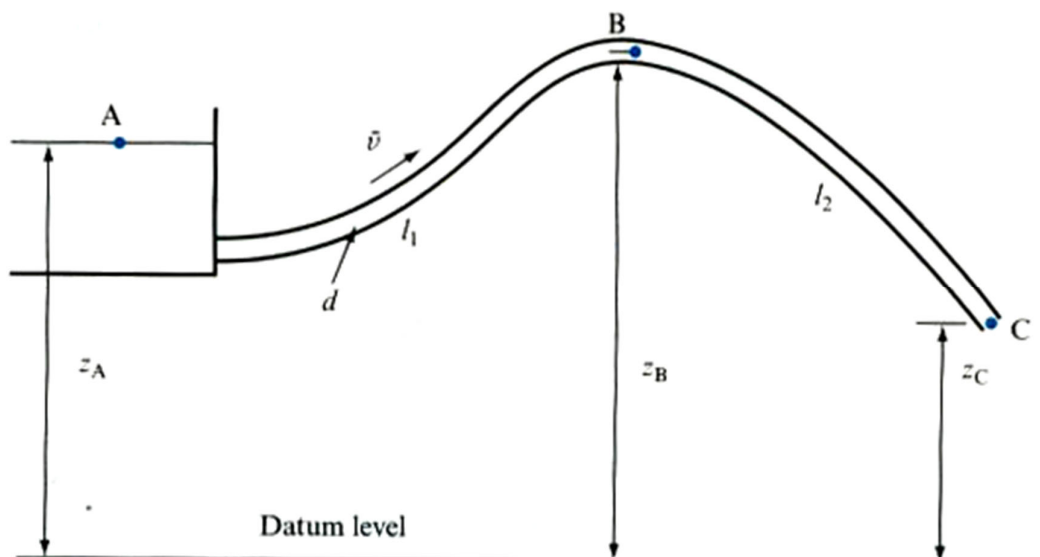
$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi \nu} \cdot \frac{1}{d}$$

$$d = \left(\frac{8LQ^2}{h_f g \pi^2} \cdot f \right)^{\frac{1}{5}} = (0.6878 f)^{\frac{1}{5}} \quad \text{Re} = \frac{4Q}{\pi \nu} \cdot \frac{1}{d} = \frac{34226.9}{d}$$

f	d(mm)	Re	ϵ/d	%Err-d
0.0300	460	74379	1e-4	
0.0196	423	80989	11e-5	8.7
0.0193	421			0.5

مثال

آب از یک مخزن توسط یک خط لوله به قطر 100 mm و طول 15 m تخلیه می‌شود. بالاترین نقطه لوله نقطه B است که 1.5 m بالاتر از سطح آب مخزن قرار گرفته است. خروجی لوله در نقطه C به اتمسفر تخلیه می‌شود که 4 m پایین‌تر از تراز آب مخزن است. اگر طول لوله بین A و B برابر با 5 m باشد و برای لوله $f=0.035$ باشد، سرعت متوسط جریان در نقطه C و فشار در نقطه B را بدست آورید. (ورودی و خروجی بصورت لبه تیز است)



مثال

● از معادله برنولی بین نقاط A و C:

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_C}{\rho g}} + \frac{v_C^2}{2g} + z_C + (h_f)_{A-C} + h_e \quad h_e = 0.5 \frac{v^2}{2g}$$

$$(h_f)_{A-C} = f \frac{l_1 + l_2}{d} \frac{v^2}{2g} \quad z_A = z_C + \frac{v^2}{2g} + (h_f)_{A-C} + h_e$$

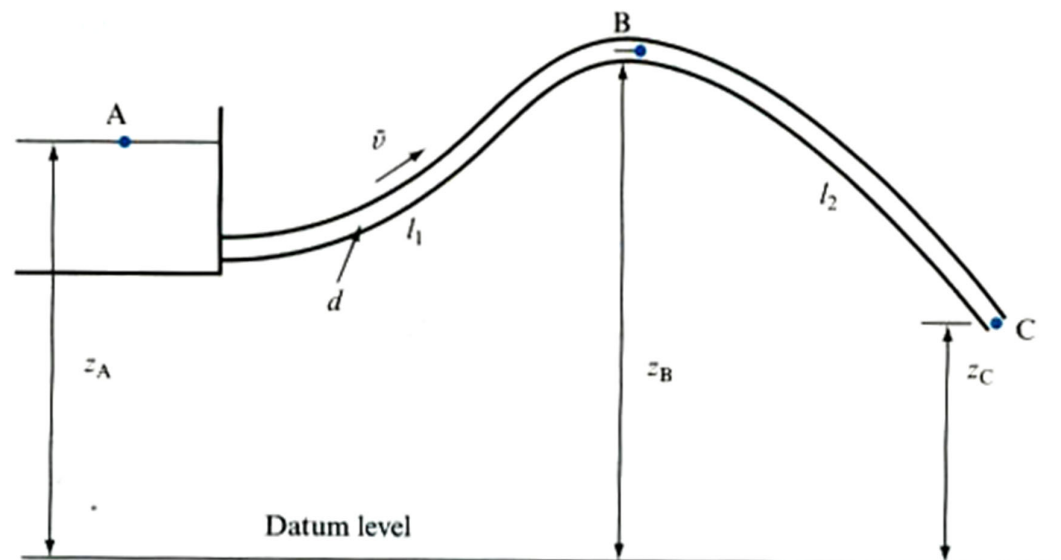
$$z_A - z_C = \left(1 + f \frac{l_1 + l_2}{d} + 0.5 \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$4 = \left(1 + 0.035 \frac{15}{0.1} + 0.5 \right) \frac{v^2}{2 \times 9.81} \quad v = 3.41 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مثال

● برای محاسبه فشار در B معادله برنولی را بین نقاط A و B می‌نویسیم:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + f \frac{l_1}{d} \frac{v^2}{2g} + 0.5 \frac{v^2}{2g}$$



مثال با مقدار زبری معلوم

از معادله برنولی بین نقاط A و C:

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_C}{\rho g}} + \frac{v_C^2}{2g} + z_C + (h_f)_{A-C} + h_e \quad h_e = 0.5 \frac{v^2}{2g}$$

$$(h_f)_{A-C} = f \frac{l_1 + l_2}{d} \frac{v^2}{2g} \quad z_A = z_C + \frac{v^2}{2g} + (h_f)_{A-C} + h_e$$

$$z_A - z_C = \left(1 + f \frac{l_1 + l_2}{d} + 0.5 \right) \frac{v^2}{2g} \quad 4 = \left(1 + f \frac{15}{0.1} + 0.5 \right) \frac{v^2}{2 \times 9.81}$$

$$v = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 9.81}{1 + f \frac{15}{0.1} + 0.5}}$$

$$v = \sqrt{\frac{78.48}{1.5 + 150f}}$$

مثال با مقدار زبری معلوم

$$\frac{\varepsilon}{d} = ?$$

$$v = \sqrt{\frac{78.48}{1.5 + 150f}}$$

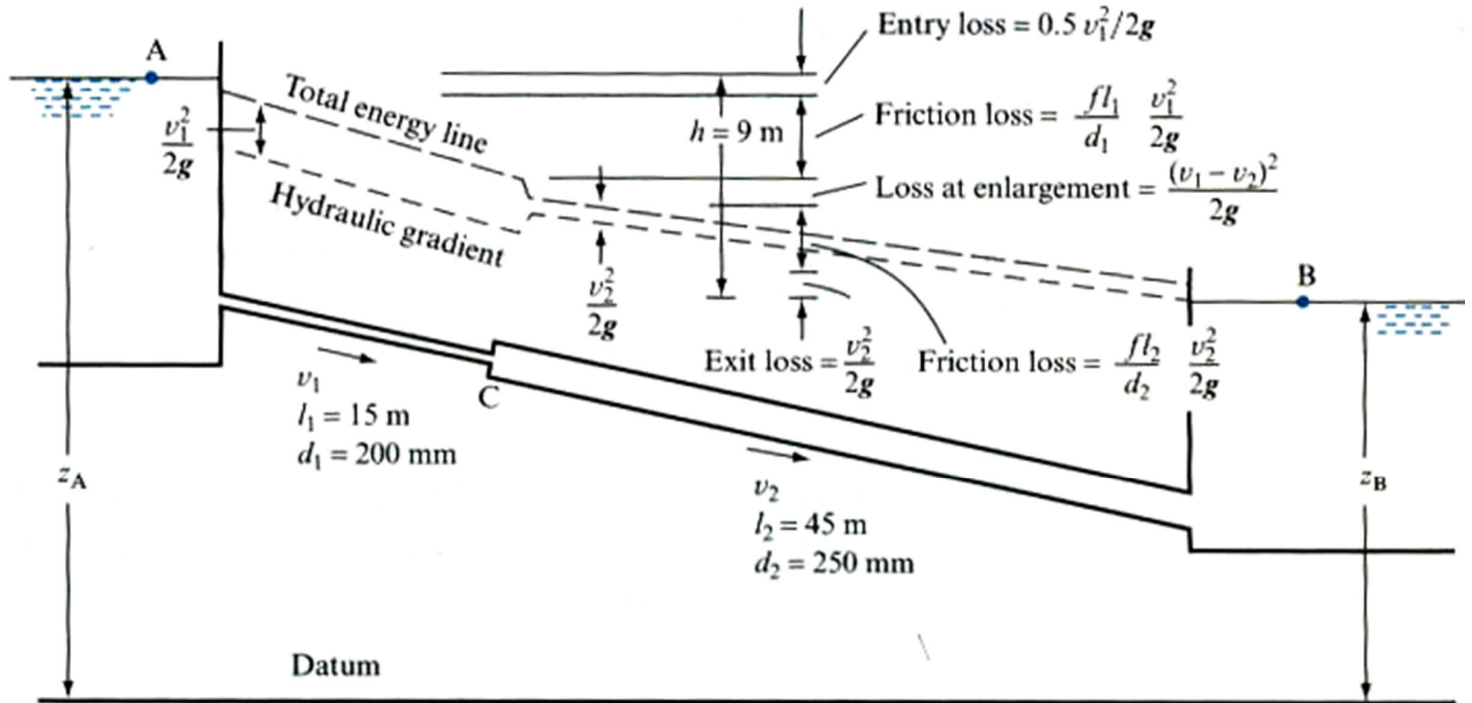
$$Re = ?$$

$$Q = ?$$

f	v(m/s)	Re	Q(lit/s)	%ErrQ
حدس				

مثال

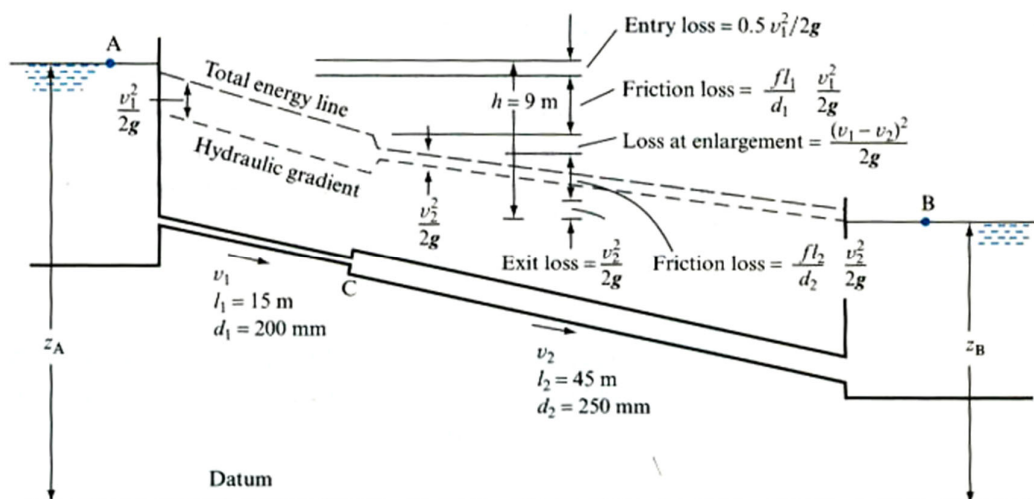
● دو مخزن توسط خط لوله مطابق شکل به هم وصل شده‌اند. اگر ورودی و خروجی مخازن بصورت لبه تیز و برای کلیه لوله‌ها $f=0.04$ باشد، افت‌ها را محاسبه کرده و دبی خط لوله را محاسبه کنید.



مثال

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_B}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_B^2}{2g}} + z_B + \text{Loss} \quad z_A - z_B = \text{Loss}$$

$$\text{Loss} = 0.5 \frac{v_1^2}{2g} + f \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + f \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$$



مثال

$$\frac{\cancel{p_A}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_A^2}}{\cancel{2g}} + z_A = \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_B^2}}{\cancel{2g}} + z_B + Loss \quad z_A - z_B = Loss$$

$$Loss = 0.5 \frac{v_1^2}{2g} + f \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + f \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f \frac{l_1}{d_1} \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(1 + f \frac{l_2}{d_2} \right) \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 v_2 = \left(\frac{250}{200} \right)^2 v_2 = 1.25^2 v_2$$

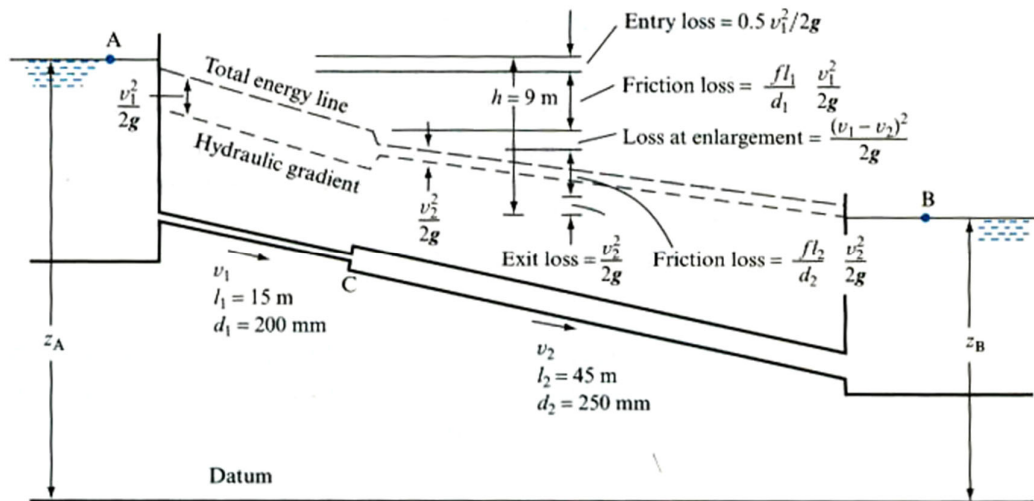
مثال

$$9 = \left(0.5 + 0.04 \frac{15}{0.2} \right) \frac{(1.25^2 v_2)^2}{2 \times 9.81} + \left(1 + 0.04 \frac{45}{0.25} \right) \frac{v_2^2}{2 \times 9.81} + \frac{(1.25^2 v_2 - v_2)^2}{2 \times 9.81}$$

$$v_2 = 3.217 \text{ m/s} \quad Q = 0.158 \text{ m}^3/\text{s}$$

مثال با زبری معلوم

$$Loss = 0.5 \frac{v_1^2}{2g} + f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$$



مثال با زبری معلوم

$$Loss = 0.5 \frac{v_1^2}{2g} + f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f_1 \frac{l_1}{d_1} \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(1 + f_2 \frac{l_2}{d_2} \right) \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 v_2 = \left(\frac{250}{200} \right)^2 v_2 = 1.25^2 v_2$$

$$9 = \left(0.5 + f_1 \frac{15}{0.2} \right) \frac{(1.25^2 v_2)^2}{2 \times 9.81} + \left(1 + f_2 \frac{45}{0.25} \right) \frac{v_2^2}{2 \times 9.81} + \frac{(1.25^2 v_2 - v_2)^2}{2 \times 9.81}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{9 \times 2 \times 9.81}{\left(\left(0.5 + f_1 \frac{15}{0.2} \right) 1.25^4 + \left(1 + f_2 \frac{45}{0.25} \right) + (1.25^2 - 1)^2 \right)}}$$

مثال با زبری معلوم

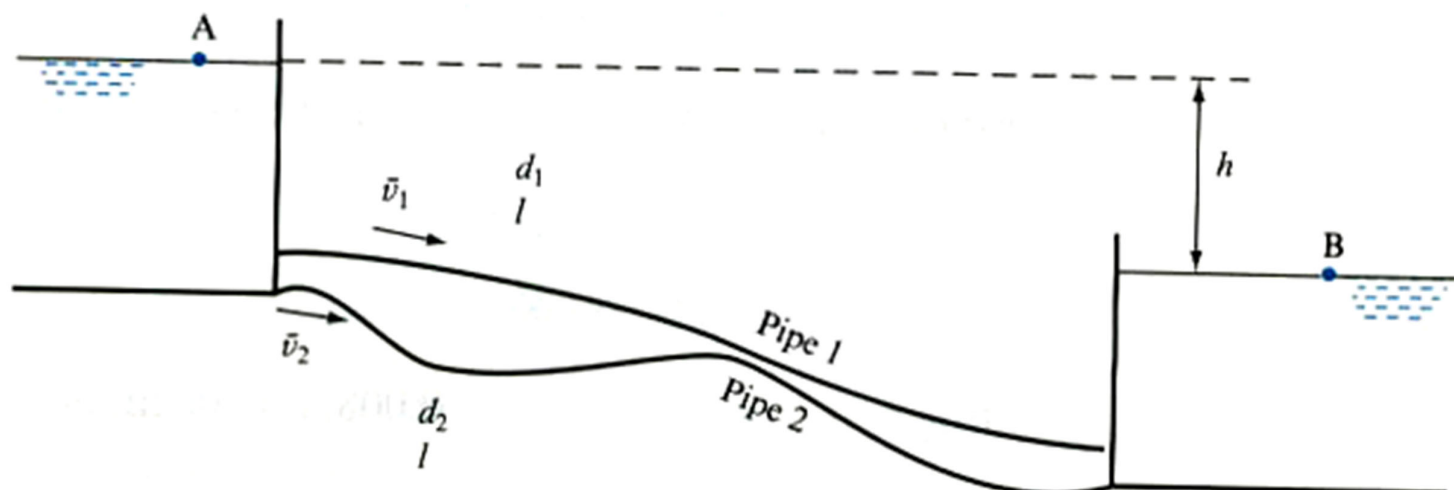
$$v_2 = \sqrt{\frac{9 \times 2 \times 9.81}{\left(0.5 + f_1 \frac{15}{0.2}\right) 1.25^4 + \left(1 + f_2 \frac{45}{0.25}\right) + (1.25^2 - 1)^2}}$$

$$v_1 = 1.25^2 v_2$$

f1	f2	v1	v2	Re1	Re2	Q	%Err Q
حدس	حدس						

جریان در لوله‌های موازی

زمانی که دو یا چند خط لوله بین دو نقطه بصورت موازی قرار گرفته‌اند، با نوشتن رابطه انرژی بین دو نقطه و در نظر گرفتن هر یک از لوله‌ها، بدست می‌آید که افت انرژی در همه لوله‌ها باید با هم برابر باشد. از این خاصیت برای محاسبات جریان در لوله‌های موازی استفاده می‌شود.

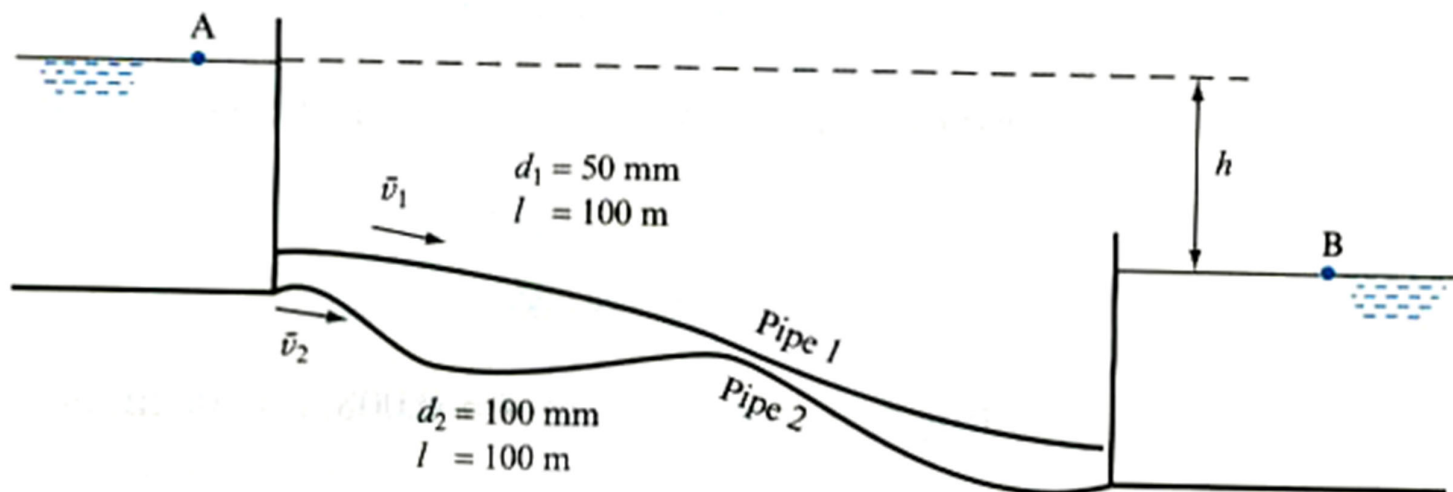


مثال

● دو لوله با لبه‌های تیز، مطابق شکل بصورت موازی هم برای ارتباط دو مخزن با اختلاف تراز سطح آب $h=10$ m بکاررفته‌اند. اگر ضریب دارسی برای هر دو لوله $f=0.032$ باشد،

❁ دبی جریان در هر لوله چقدر است؟

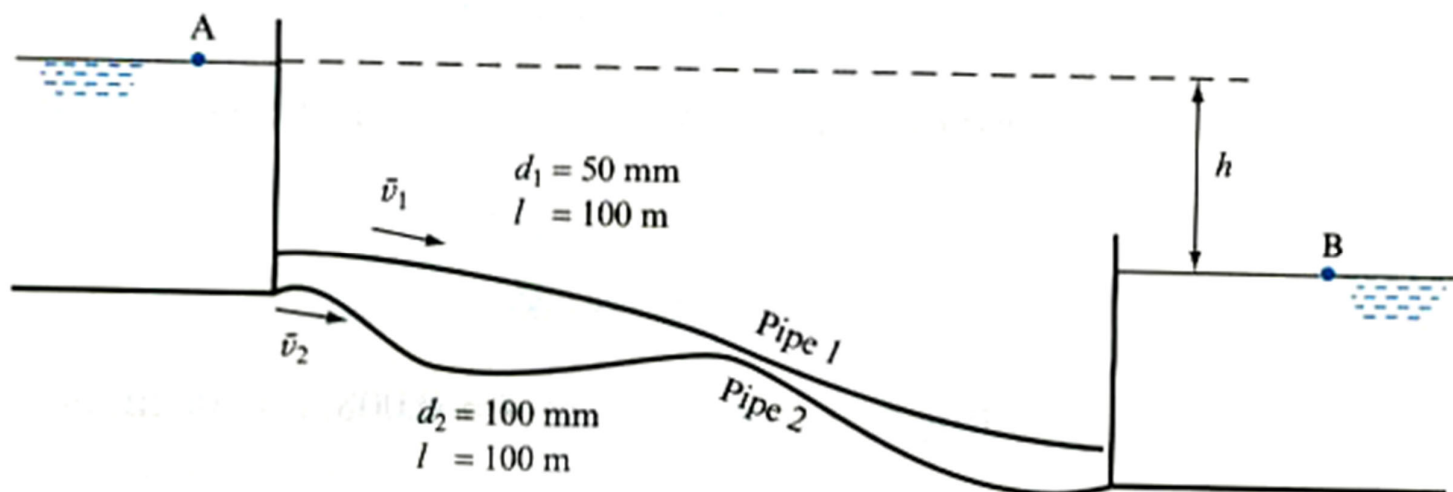
❁ قطر یک لوله تکی به طول 100 m چقدر باشد، تا بتوان آن را بجای دو لوله مذکور بکار برد و همان دبی را بدست آورد.



مثال

● برای جریان عبوری از لوله ۱:

$$\cancel{\frac{p_A}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \cancel{\frac{p_B}{\rho g}} + \cancel{\frac{v_B^2}{2g}} + z_B + \left(0.5 + f \frac{l}{d_1} + 1 \right) \frac{v_1^2}{2g}$$



● برای جریان عبوری از لوله ۱:

$$\frac{\cancel{p_A}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_A^2}}{\cancel{2g}} + z_A = \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_B^2}}{\cancel{2g}} + z_B + \left(0.5 + f \frac{l}{d_1} + 1 \right) \frac{v_1^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f \frac{l}{d_1} + 1 \right) \frac{v_1^2}{2g}$$

$$10 = \left(0.5 + 0.032 \frac{100}{0.05} + 1 \right) \frac{v_1^2}{2g}$$

$$v_1^2 = \frac{2g \times 10}{0.5 + 64 + 1}$$

$$v_1 = 1.731 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = 0.0034 \text{ m}^3/\text{s}$$

● بطور مشابه برای جریان عبوری از لوله ۲:

$$\frac{\cancel{p_A}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_A^2}}{\cancel{2g}} + z_A = \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_B^2}}{\cancel{2g}} + z_B + \left(0.5 + f \frac{l}{d_2} + 1 \right) \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f \frac{l}{d_2} + 1 \right) \frac{v_2^2}{2g}$$

$$10 = \left(0.5 + 0.032 \frac{100}{0.1} + 1 \right) \frac{v_2^2}{2g}$$

$$v_2^2 = \frac{2g \times 10}{0.5 + 32 + 1}$$

$$v_2 = 2.42 \text{ m/s}$$

$$Q_2 = 0.0190 \text{ m}^3/\text{s}$$

مثال

● برای یک لوله تکی جایگزین برای دو لوله:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0.0034 + 0.0190 = 0.0224 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\bar{v} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0.0224}{\pi d^2} = \frac{0.02853}{\pi d^2}$$

$$\frac{\cancel{p_A}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_A^2}}{\cancel{2g}} + z_A = \frac{\cancel{p_B}}{\cancel{\rho g}} + \frac{\cancel{v_B^2}}{\cancel{2g}} + z_B + \left(0.5 + f \frac{l}{d_2} + 1 \right) \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f \frac{l}{d_2} + 1 \right) \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

$$10 = \left(0.5 + 0.032 \frac{100}{d} + 1 \right) \frac{(0.02852)^2}{2g d^4} = (1.5d + 3.2) \frac{(0.02852)^2}{2g d^5}$$

مثال

$$d = 0.107 \text{ m}$$

● در عمل مقدار ضریب دارسی با توجه به دبی عوض می شود و باید با سعی و خطا مسئله را حل کرد.

مثال

● برای یک لوله تکی جایگزین برای دو لوله:

$$Q = 0.0224 \text{ m}^3/\text{s} \quad \bar{v} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0.0224}{\pi d^2} = \frac{0.02853}{\pi d^2}$$

$$z_A - z_B = \left(0.5 + f \frac{l}{d_2} + 1 \right) \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad 10 = \left(1.5 + f \frac{100}{d} \right) \frac{(0.02853)^2}{2g d^4}$$

$$10d^5 = \left(1.5 + f \frac{100}{d} \right) \frac{(0.02853)^2}{2g} d$$

$$d^5 - 1.5 \frac{(0.02853)^2}{20g} d - 100 \frac{(0.02853)^2}{20g} f = 0$$

$$d^5 - 6.219 \times 10^{-6} d - 4.1457 \times 10^{-4} f = 0$$

مثال

● برای یک لوله تکی جایگزین برای دو لوله:

$$\nu = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

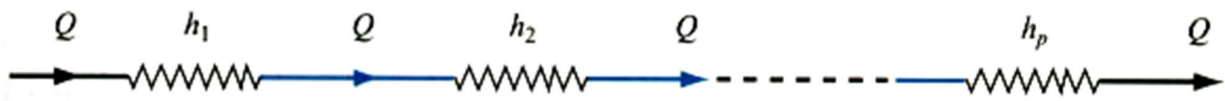
$$\varepsilon = 0.1 \text{ mm}$$

$$d^5 - 6.219 \times 10^{-6} d - 4.1457 \times 10^{-4} f = 0 \quad \bar{v} = \frac{0.02853}{\pi d^2}$$

f	d(mm)	v(m/s)	Re	ε/d	%Err-d
0.0320	107	0.793	84851	9.3e-4	
0.0223	100	0.908	90800	1e-3	7
0.0224	100				0

لوله‌های سری

- در ارتباط لوله‌ها بصورت سری، دبی عبوری از همه لوله‌ها یکسان است و افت انرژی کل برابر با مجموع افت انرژی در لوله‌ها می‌باشد.



$$Q = Q_i \quad h_f = \sum (h_f)_i$$

$$h_f = \sum \left(\frac{fl}{12d^5} Q^2 \right)_i = \sum \underbrace{\left(\frac{fl}{12d^5} \right)_i}_{K_i} Q^2 = \boxed{\sum K_i Q^2 = K Q^2}$$

- می‌توان بجای مجموعه چند لوله سری، یک لوله معادل قرار داد.

$$\sum K_i = K$$

لوله‌های سری



$$\sum K_i = K$$

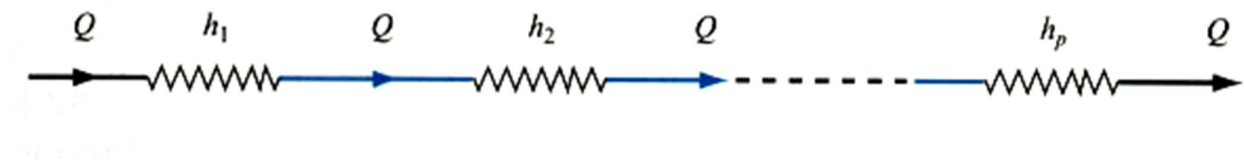
$$\sum \underbrace{\left(\frac{fl}{12d^5} \right)_i}_{K_i} = \left(\frac{fl}{12d^5} \right)_e$$

$$\boxed{\sum \left(\frac{f_i l_i}{d_i^5} \right) = \frac{f_e l_e}{d_e^5}}$$

- اگر فرض کنیم ضریب دارسی در همه لوله‌ها یکسان باشد:

$$\sum \left(\frac{l_i}{d_i^5} \right) = \frac{l_e}{d_e^5}$$

لوله‌های سری



● اگر طول لوله معادل برابر با مجموع طول لوله‌ها در نظر گرفته شود:

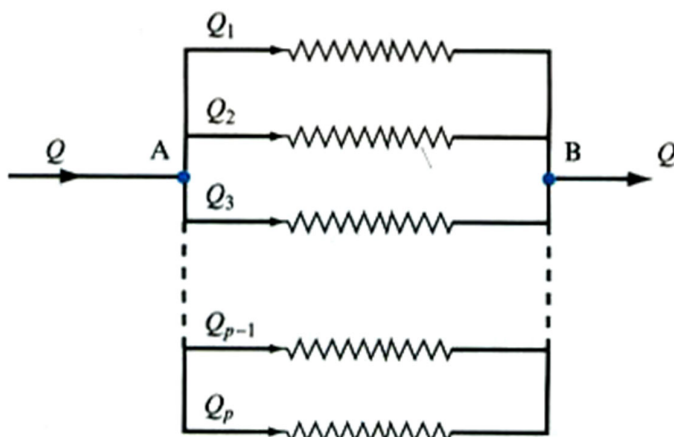
$$l_e = \sum l_i$$

● برای آنکه لوله معادل افتی برابر با مجموع لوله‌ها داشته باشد:

$$d_e = \left(\frac{\sum l_i}{\sum \left(\frac{l_i}{d_i^5} \right)} \right)^{\frac{1}{5}}$$

لوله‌های موازی

● در ارتباط لوله‌ها بصورت موازی، افت انرژی همه لوله‌ها یکسان است و دبی عبوری کل برابر با مجموع دبی عبوری از لوله‌ها می‌باشد.



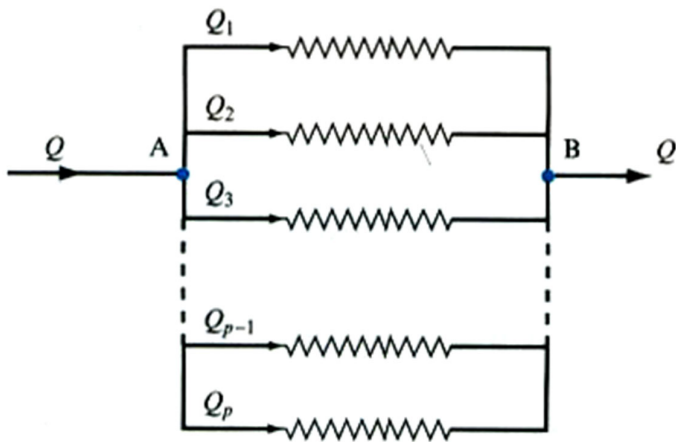
$$Q = \sum Q_i$$

$$h_f = (h_f)_i$$

$$(h_f)_i = \left(\frac{fl}{12} \frac{Q^2}{d^5} \right)_i \quad Q_i = \left(\frac{(h_f)_i}{\left(\frac{fl}{12d^5} \right)_i} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{(h_f)_i}{K_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

لوله‌های موازی

● برای محاسبه یک لوله معادل بجای چند لوله موازی:



$$K_i = \left(\frac{fl}{12d^5} \right)_i$$

$$Q = \left(\frac{\cancel{(l_f)}_e}{K_e} \right)^{\frac{1}{2}} = \sum \left(\frac{\cancel{(l_f)}_i}{K_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

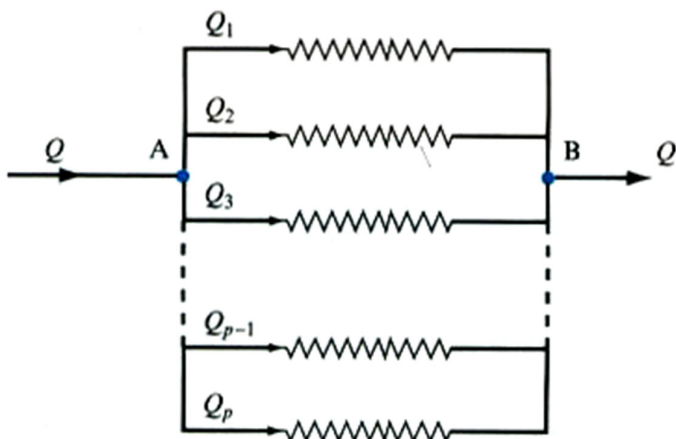
$$\left(\frac{1}{K_e} \right)^{\frac{1}{2}} = \sum \left(\frac{1}{K_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{12d^5}{fl} \right)_e^{\frac{1}{2}} = \sum \left(\frac{12d^5}{fl} \right)_i^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{\left(\frac{d_e^5}{f_e l_e} \right)^{\frac{1}{2}} = \sum \left(\frac{d_i^5}{f_i l_i} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

لوله‌های موازی

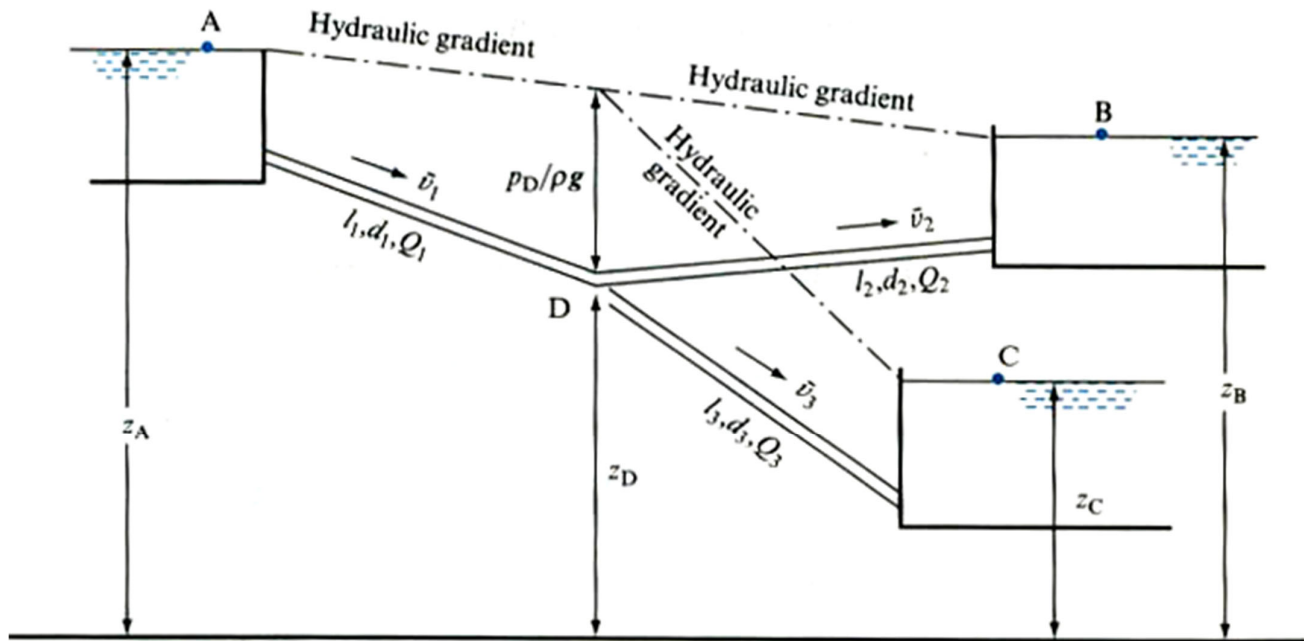
● اگر طول و ضریب دارسی همه لوله‌ها یکسان فرض شود:



$$l_e = l_i$$

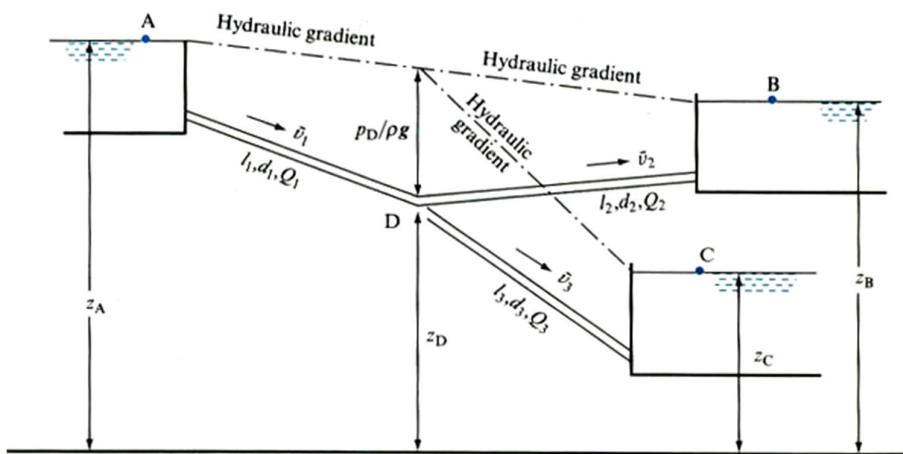
$$d_e = \left(\sum d_i^{\frac{5}{2}} \right)^{\frac{2}{5}}$$

جریان در دوشاخه لوله‌ها



برای اینگونه مسائل، ممکن است جهت جریان در برخی شاخه‌ها معلوم نباشد. در شکل فوق اگر گرادیان هیدرولیکی در نقطه D بالاتر از تراز B باشد جریان به سمت مخزن B برقرار است و در غیر اینصورت جهت جریان معکوس است.

مثال



$$d_1 = 120 \text{ mm} \quad d_2 = 75 \text{ mm}$$

$$l_1 = 120 \text{ m} \quad l_2 = 60 \text{ m}$$

$$d_3 = 60 \text{ mm} \quad f = 0.04$$

$$l_3 = 40 \text{ m}$$

$$z_A - z_B = 16 \text{ m}$$

$$z_A - z_C = 24 \text{ m}$$

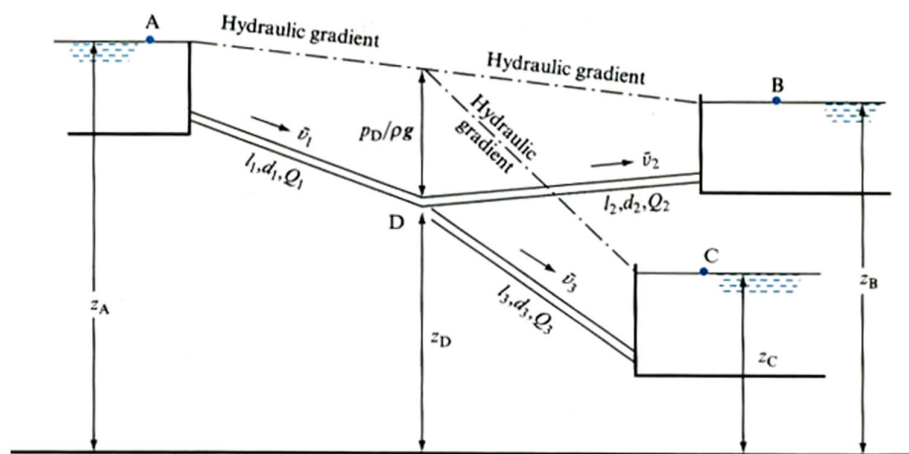
با صرف نظر از کلیه افت‌های موضعی، دبی جریان در لوله‌ها را بدست آورید.

ابتدا جهت جریان را مطابق شکل فرض نموده و مسئله را حل می‌کنیم. با توجه به خط گرادیان هیدرولیکی درستی جهت جریان فرضی را کنترل و در صورت لزوم فرض را اصلاح می‌نماییم.

مثال

● برای مسیر ADB:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \frac{f l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$$



مثال

● برای مسیر ADB:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \frac{f l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \frac{f l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \quad 16 = \frac{0.04 \times 120}{0.120} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{0.04 \times 60}{0.075} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$2.0387 v_1^2 + 1.6310 v_2^2 = 16$$

● برای مسیر ADC:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{v_C^2}{2g} + z_C + \frac{f l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g}$$

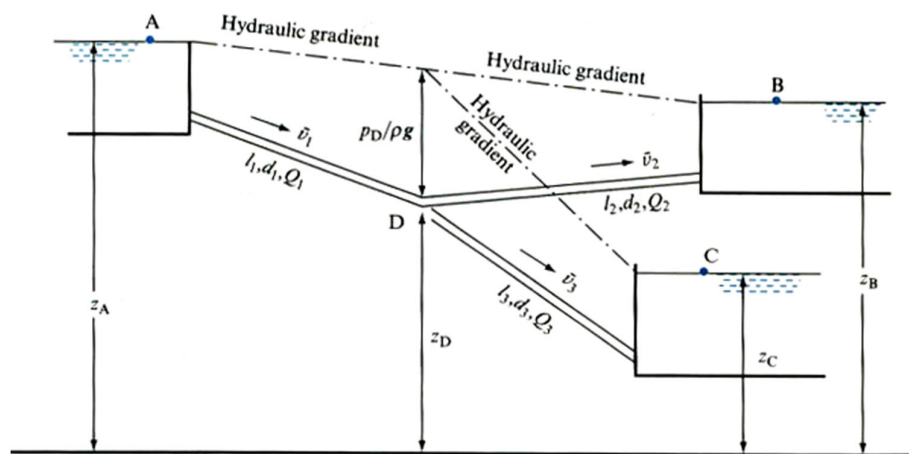
$$z_A - z_C = \frac{f l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g} \quad 24 = \frac{0.04 \times 120}{0.120} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{0.04 \times 40}{0.06} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$2.0387 v_1^2 + 1.3592 v_3^2 = 24$$

مثال

● رابطه پیوستگی در نقطه D:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$



مثال

● رابطه پیوستگی در نقطه D:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \pi \frac{d_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{d_2^2}{4} v_2 + \pi \frac{d_3^2}{4} v_3$$

$$0.12^2 v_1 = 0.075^2 v_2 + 0.06^2 v_3 \quad \boxed{v_1 - 0.3906 v_2 - 0.25 v_3 = 0}$$

$$\begin{cases} 2.0387 v_1^2 + 1.6310 v_2^2 = 16 \\ 2.0387 v_1^2 + 1.3592 v_3^2 = 24 \\ v_1 - 0.3906 v_2 - 0.25 v_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = 1.82 \text{ m/s} \\ v_2 = 2.381 \text{ m/s} \\ v_3 = 3.562 \text{ m/s} \end{cases} \quad \begin{cases} Q_1 = 0.0206 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_2 = 0.0105 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_3 = 0.0101 \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$

مثال (بامقدار زبری معلوم)

📌 برای مسیر ADB:

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + \frac{f_1 l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_2 l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \frac{f_1 l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_2 l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \qquad 16 = \frac{f_1 \times 120}{0.120} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_2 \times 60}{0.075} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$(50.968 \times f_1) v_1^2 + (40.775 \times f_2) v_2^2 = 16$$

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{v_C^2}{2g} + z_C + \frac{f_1 l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_3 l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g} \quad \bullet \text{ برای مسیر ADC}$$

$$z_A - z_C = \frac{f_1 l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_3 l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g} \qquad 24 = \frac{f_1 \times 120}{0.120} \frac{v_1^2}{2g} + \frac{f_3 \times 40}{0.06} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$(50.968 \times f_1) v_1^2 + (33.979 \times f_3) v_3^2 = 24$$

مثال (بامقدار زبری معلوم)

🌟 **رابطه پیوستگی در نقطه D:**

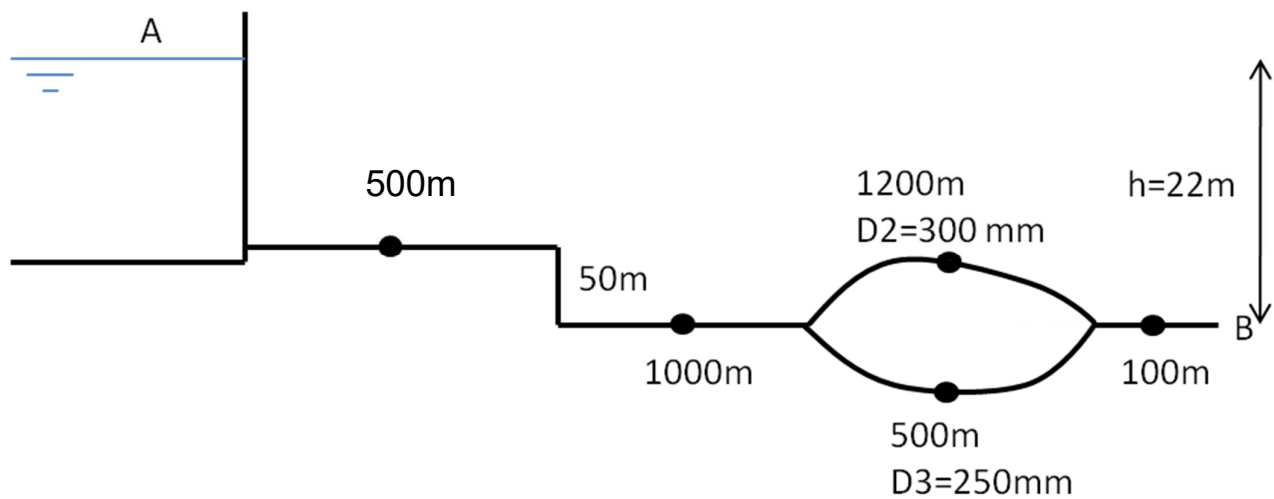
$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \qquad \pi \frac{d_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{d_2^2}{4} v_2 + \pi \frac{d_3^2}{4} v_3$$

$$0.12^2 v_1 = 0.075^2 v_2 + 0.06^2 v_3 \quad v_1 - 0.3906 v_2 - 0.25 v_3 = 0$$

$$\begin{cases} (50.968 \times f_1) v_1^2 + (40.775 \times f_2) v_2^2 = 16 \\ (50.968 \times f_1) v_1^2 + (33.979 \times f_3) v_3^2 = 24 \\ v_1 - 0.3906 v_2 - 0.25 v_3 = 0 \end{cases}$$

[illegible]

مثال



اتصال	شیر	زانوی	ورود به لوله
K	4	0.8	0.6

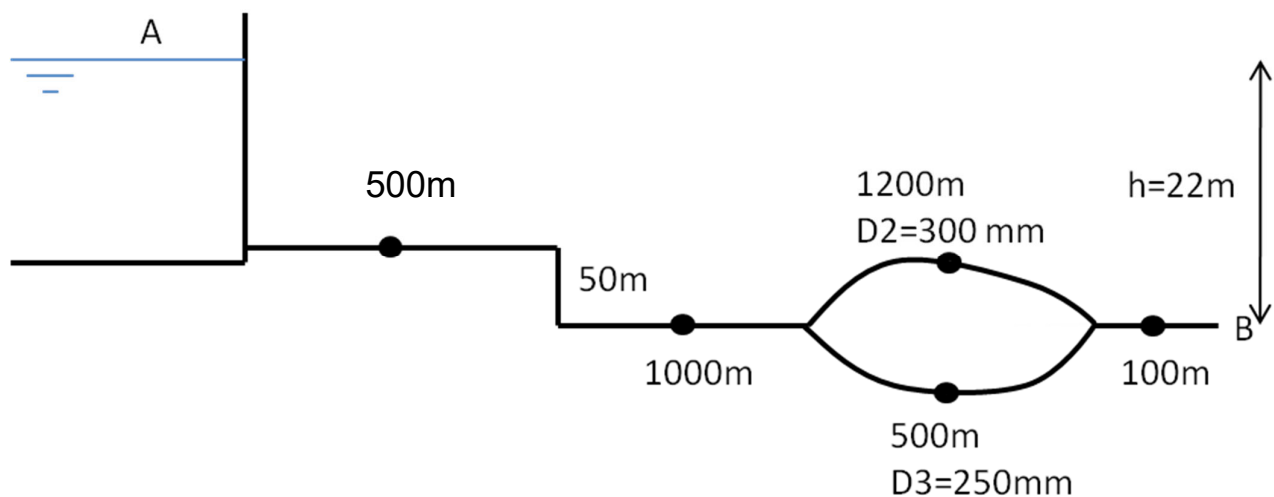
$D = 300$ mm

$\varepsilon = 0.3$ mm

مثال

$$h_{f2} = h_{f3}$$

$$\left(\frac{f_2 l_2}{D_2} + K_{valve} \right) \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{valve} \right) \frac{v_3^2}{2g}$$



مثال

$$h_{f2} = h_{f3}$$

$$\left(\frac{f_2 l_2}{D_2} + K_{\text{valve}} \right) \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{\text{valve}} \right) \frac{v_3^2}{2g} \quad v_2 = v_3 \sqrt{\frac{\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{\text{valve}}}{\frac{f_2 l_2}{D_2} + K_{\text{valve}}}} = M v_3$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \pi \frac{D_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{D_2^2}{4} v_2 + \pi \frac{D_3^2}{4} v_3 \quad D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2 + D_3^2 v_3$$

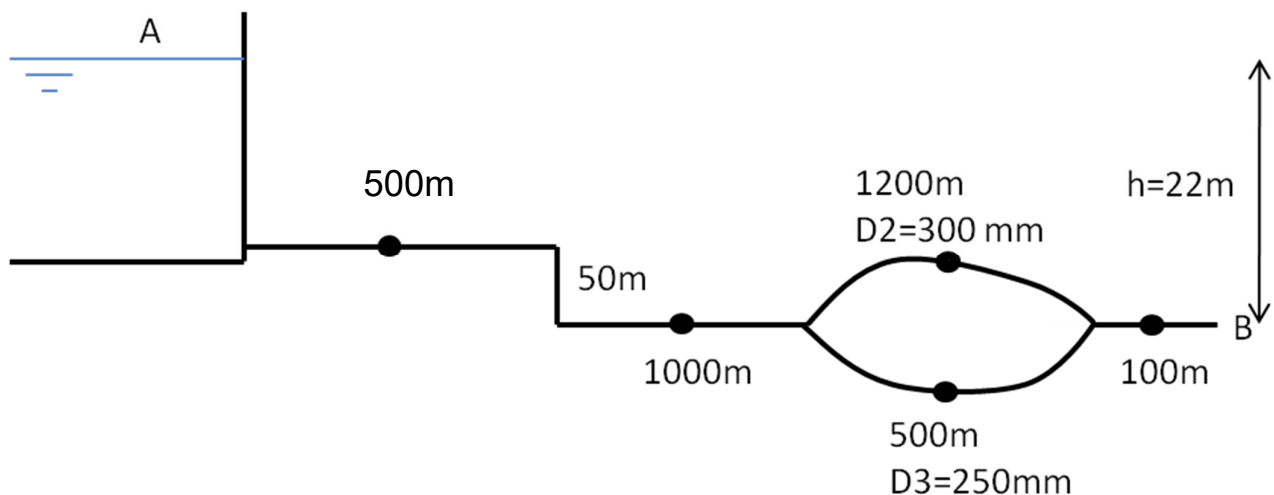
$$D_1^2 v_1 = D_2^2 M v_3 + D_3^2 v_3 = (D_2^2 M + D_3^2) v_3 \quad v_3 = \frac{D_1^2}{D_2^2 M + D_3^2} v_1 = N v_1$$

$$N = \frac{D_1^2}{D_2^2 M + D_3^2}$$

مثال

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + h_{\text{loss}} \quad v_B = v_1$$

$$h_{\text{loss}} = \left(\frac{f_1 l_1}{D_1} + 3K_{\text{valve}} + 2K_{\text{Bend}} + K_{\text{in}} \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{\text{valve}} \right) \frac{v_3^2}{2g}$$



مثال

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B + h_{loss} \quad v_B = v_1$$

$$h_{loss} = \left(\frac{f_1 l_1}{D_1} + 3K_{valve} + 2K_{Bend} + K_{in} \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{valve} \right) \frac{v_3^2}{2g}$$

$$z_A - z_B = \left(\frac{f_1 l_1}{D_1} + 3K_{valve} + 2K_{Bend} + K_{in} + 1 \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{valve} \right) \frac{v_3^2}{2g}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(z_A - z_B)}{\frac{f_1 l_1}{D_1} + 3K_{valve} + 2K_{Bend} + K_{in} + 1 + \left(\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{valve} \right) N^2}}$$

مثال

$$M = \sqrt{\frac{\frac{f_3 l_3}{D_3} + K_{valve}}{\frac{f_2 l_2}{D_2} + K_{valve}}} = \sqrt{\frac{\frac{500 f_3}{0.25} + 4}{\frac{1200 f_2}{0.3} + 4}} = \sqrt{\frac{2000 f_3 + 4}{4000 f_2 + 4}}$$

$$N = \frac{D_1^2}{D_2^2 M + D_3^2} = \frac{0.3^2}{0.3^2 M + 0.25^2}$$

مثال

$$v_2 = Mv_3 \qquad v_3 = Nv_1 \qquad Q_1 = \pi \frac{D_1^2}{4} v_1 = \pi \frac{0.3^2}{4} v_1$$

مثال

$$Q_1 = \pi \frac{0.3^2}{4} v_1 \quad \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_1 = \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_2 = \frac{0.3}{300} = 0.001 \quad \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_3 = \frac{0.3}{500} = 0.0006$$

[illegible]