

مکانیک سیالات

مفاهیم حرکت سیالات

www.hadian.ir



محمدرضا هادیان
دانشگاه یزد – دانشکده مهندسی عمران

مفاهیم حرکت سیالات

- در بحث استاتیک سیالات، تنش برشی در لایه‌های سیال صفر است. اما در دینامیک سیالات، سیال در حال حرکت را مطالعه می‌کنیم.
- ذرات چسبیده به مرز جامد سرعتی برابر با سرعت مرز جامد دارند و معمولاً گرادین سرعت در راستای عمود بر سطح، در لایه‌های سیال بوجود می‌آید.
- در بحث استاتیک سیالات، روابط بدست آمده روابط دقیقی هستند و تنها کمیتی که باید با آزمایش تعیین شود، جرم مخصوص است.
- در بحث دینامیک سیالات، پدیده مورد مطالعه می‌تواند بسیار پیچیده باشد و در موارد زیادی باید از نتایج آزمایشگاهی استفاده کرد و در موارد زیادی از تقریب‌های مختلف استفاده می‌شود.
- حل معادلات حاکم بر حرکت سیالات می‌تواند بسیار پیچیده باشد و برای برخی رفتار سیال هنوز رابطه جامعی وجود ندارد.
- در مقایسه با علم سازه، در مطالعه سیال در حال حرکت ناشناخته‌های زیادی وجود دارد که نیازمند تحقیق است.

Uniformity and Steadiness

● شرایط جریان در یک سیال می‌تواند در مکان و همچنین در زمان دارای تغییرات باشد.

● از نظر مکانی:

✱ اگر پارامترهای جریان در نقاط مختلف میدان جریان تغییر نکند، جریان را جریان یکنواخت گویند. (uniform flow)

✱ اگر پارامترهای جریان در نقاط مختلف میدان جریان تغییر کند، جریان را جریان غیریکنواخت گویند. (non-uniform flow) ممکن است بزرگی بردار سرعت ثابت باشد ولی جهت آن عوض شود که در این حالت هم باز جریان غیریکنواخت است.

● از نظر زمانی:

✱ اگر پارامترهای جریان در هر نقطه، در طول زمانی تغییر نکند، جریان را جریان ماندگار گویند. (steady flow) ممکن است پارامترها در طول زمان، تغییرات جزئی داشته باشند ولی متوسط تغییرات ثابت باشد که این وضعیت نیز به عنوان وضعیت ماندگار تلقی می‌شود.

✱ اگر پارامترهای جریان در هر نقطه، در طول زمانی تغییر کند، جریان را جریان غیرماندگار گویند. (unsteady flow)

Uniformity and Steadiness

● جریان ماندگار یکنواخت (steady uniform flow): وضعیت جریان در طول زمان و در نقاط مختلف یکسان است. مانند جریان در لوله با دبی ثابت.

● جریان ماندگار غیریکنواخت (steady non-uniform flow): پارامترهای جریان در نقاط مختلف متفاوت است ولی در هر نقطه در طول زمان تغییر نمی‌کند. مانند عبور جریان با دبی ثابت از یک تنگ شدگی یا بازشدگی.

● جریان غیرماندگار یکنواخت (unsteady uniform flow): در طول زمان پارامترهای جریان در هر نقطه تغییر می‌کند، اما در هر زمان پارامترهای جریان در همه نقاط یکسان است. مانند جریان با دبی در حال زیاد شدن در یک لوله پر.

● جریان غیرماندگار غیریکنواخت (unsteady non-uniform flow): پارامترهای جریان در هر نقطه در طول زمانی عوض می‌شوند و در هر زمان نیز پارامترهای جریان در نقاط مختلف با هم متفاوت است.

Uniformity and Steadiness

- بحث ماندگار بودن یا غیرماندگار بودن جریان به وضعیت ناظری که وضعیت جریان را مشاهده می‌کند نیز بستگی دارد.
- برای یک موج جریان که در یک کانال حرکت می‌کند
 - ✿ جریان از دید ناظری که در کنار کانال ایستاده و ثابت است، جریان غیرماندگار است.
 - ✿ جریان از دید ناظری که در کنار کانال با سرعتی برابر با سرعت موج حرکت می‌کند، جریان ماندگار است.
- تحلیل جریان ماندگار، معمولاً ساده‌تر از تحلیل جریان غیرماندگار است و لذا در برخی موارد مسئله را با توجه به ناظر در حال حرکت حل می‌کنند و تغییرات دستگاه مختصات (وضعیت ناظر) را هم در مسئله اعمال می‌کنند.

Real and Ideal Fluid

- در عبور سیال از مجاورت مرز جامد، با توجه به یکسان بودن سرعت سیال در مرز جامد با سرعت مرز جامد و با توجه به وجود ویسکوزیته در سیال، گرادیان سرعت در سیال بوجود می‌آید. (real fluid)
- با دور شدن از مرز جامد، گرادیان سرعت کم می‌شود و در فاصله دور از مرز جامد، جریان وجود مرز جامد را احساس نمی‌کند.
- اگر ویسکوزیته سیال برابر با صفر فرض شود، تنش برشی در سیال برابر با صفر خواهد بود و افت اصطکاکی نیز صفر می‌شود. (ideal fluid)
- اگر سرعت جریان زیاد باشد و ویسکوزیته سیال هم کم باشد، ضخامت لایه با گرادیان شدید در مجاورت مرز جامد (لایه مرزی) کم می‌شود و می‌توان سیال را ایده‌آل فرض نمود.
- محاسبات مربوط به سیال ایده‌آل بسیار ساده‌تر از روابط مربوط به سیال واقعی است و لذا در تحلیل برخی مسائل از تقریب وجود سیال ایده‌آل استفاده می‌شود.

Compressible and Incompressible Fluid

- اگر با تغییرات فشار، چگالی سیال تغییر کند، سیال را سیال تراکم‌پذیر یا قابل تراکم (compressible fluid) می‌گویند.
- اگر با تغییرات فشار، چگالی سیال تغییر نکند، سیال را سیال تراکم‌ناپذیر یا غیرقابل تراکم (incompressible fluid) می‌گویند.
- در جریان مایعات و همچنین جریان گازهای با سرعت‌های کم، تراکم‌پذیری سیال ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است.
- در مهندسی عمران تنها در پدیده ضربه قوچ یا چکش آبی (water hammer) آب را به عنوان سیال تراکم‌پذیر فرض می‌کنیم و در بقیه موارد با سیال غیرقابل تراکم سروکار داریم.

One-, Two- or Three-dimensional Flow

- در عمل همیشه جریان سیال بصورت سه‌بعدی وجود دارد.
- اگر تغییرات جریان تنها در یک راستا وجود داشته باشد، می‌توان جریان را بصورت یک‌بعدی فرض نمود.
 - ✱ در جریان در لوله‌ها عملاً جریان در راستاهای عمود بر مسیر جریان، تغییر می‌کند ولی برای سادگی در محاسبات، متوسط مقادیر در هر مقطع را به عنوان مقادیر پارامتر مورد نظر در آن مقطع در نظر می‌گیرند. به همین دلیل در معادلات باید ضرائب تصحیح مربوط به این تقریب اعمال گردد.
- اگر تغییرات در راستای جریان و یک راستای عمود بر آن وجود داشته باشد، جریان بصورت دوبعدی فرض می‌شود. مانند جریان در یک کانال عریض.

● در مکانیک جامدات، یک المان از جسم را در نظر گرفته و روابط را برای آن المان می‌نویسیم. در مطالعه رفتار جسم نیز حرکت این المان مطالعه می‌شود. به عبارت دیگر برای بررسی رفتار جسم، همراه با المان حرکت می‌کنیم. (دیدگاه لاگرانژی)

● در سیال حرکت المان‌های سیال زیاد است و معمولاً بجای مطالعه یک المان سیال، یک محدوده مشخص از میدان جریان انتخاب شده و روابط برای آن محدوده نوشته می‌شود که شامل روابط مربوط به جریان ورودی و خروجی از این محدوده است. در این حالت همراه با سیال حرکت نمی‌کنیم بلکه میزان ورود و خروج سیال به محدوده مورد مطالعه را بررسی می‌کنیم. (دیدگاه اولری)

✿ به محدوده یا حجم انتخاب شده برای مطالعه حجم کنترل می‌گویند. مرزهای حجم کنترل ممکن است مرز واقعی نباشند و صرفاً حالت قراردادی داشته باشند.

حرکت یک ذره سیال

● برای هر ذره سیال، قوانین معمول حاکم بر مکانیک برقرار است. بنابراین در صورت وجود نیرو، رفتار ذره تابع قوانین نیوتن خواهد بود.

✿ تا زمانی که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، جسم در حال سکون یا سرعت ثابت در امتداد مستقیم می‌باشد.

✿ نرخ تغییرات ممثوم یک جسم متناسب با نیروی وارده بوده و در جهت اثر نیرو، عمل می‌کند.

✿ عمل و عکس‌العمل با هم برابر بوده و در جهت‌های مختلف هستند.

حرکت یک ذره سیال

● اگر دو نقطه مانند نقاط A و B را در میدان جریان در نظر بگیریم که دارای سرعت‌های متفاوت هستند و جریان را هم بصورت غیرماندگار فرض کنیم:

کل تغییرات سرعت

=

اختلاف سرعت بین نقاط A و B در زمان موجود

+

تغییر سرعت در نقطه B در زمان δt

حرکت یک ذره سیال

اگر فاصله بین دو نقطه δs باشد:

change of velocity between A and B at given instant $= \frac{\partial v}{\partial s} \delta s$

change of velocity at B in time $t = \frac{\partial v}{\partial t} \delta t$

$$\delta v = \frac{\partial v}{\partial s} \delta s + \frac{\partial v}{\partial t} \delta t$$

شتاب یک ذره سیال

● نیروی وارد بر یک ذره با استفاده از قانون دوم نیوتن به شتاب ذره مربوط می‌شود که همان تغییر سرعت در واحد زمان است:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial s} \underbrace{\frac{ds}{dt}}_v + \frac{\partial v}{\partial t} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{Dv}{Dt} = \underbrace{v \frac{\partial v}{\partial s}}_{\text{convective acceleration}} + \underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{local acceleration}}$$

● مقدار D/D_t به عنوان مشتق کامل شناخته می‌شود.

● شتاب کل که از رابطه بالا بدست می‌آید، دارای دو ترم است.

✱ اولین ترم سمت راست، ترم شتاب جابجایی یا به عبارتی شتاب ناشی از اختلاف سرعت بین دو نقطه در هر زمان است. (برای جریان یکنواخت این شتاب صفر است)

✱ ترم دوم شتاب موضعی است و دلیل تغییرات سرعت در هر نقطه نسبت به زمان می‌باشد. (برای جریان ماندگار این شتاب صفر است)

شتاب یک ذره سیال

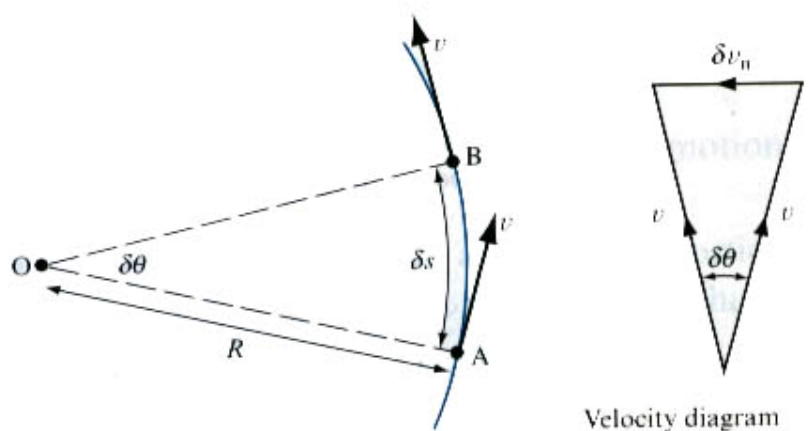
● تا اینجا فرض کرده بودیم که ذره در امتداد خط راست حرکت می‌کند. اما اگر ذره روی یک خم دایره به شعاع مشخص حرکت کند.

$$\delta v_n = v \delta \theta = v \frac{\delta s}{R}$$

$$a_n = \frac{dv_n}{dt} = \frac{v}{R} \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = v$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

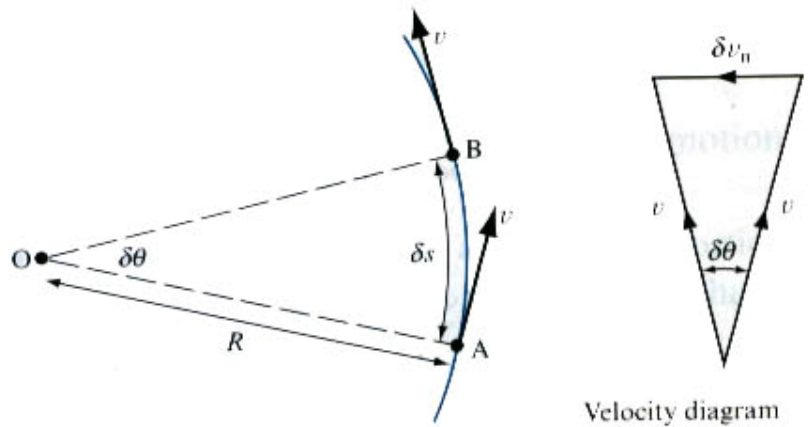


این ترم شتاب انتقالی حاصل از تغییر جهت سرعت است.

شتاب یک ذره سیال

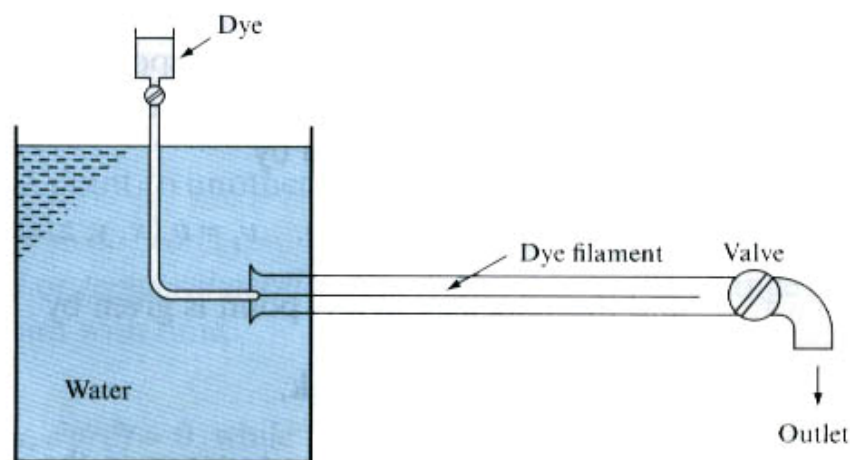
● اگر ذره دارای سرعت در راستای شعاع هم باشد، ترم شتاب موضعی هم خواهیم داشت که همان مشتق زمانی سرعت شعاعی در زمان است. بنابراین کل شتاب در راستای شعاعی برابر است با:

$$a_n = \frac{v^2}{R} + \frac{\partial v_n}{\partial t}$$



جریان آرام و آشفته

● مشاهدات آزمایشگاهی نشان داده است که جریان سیال به دو شکل کلی وجود دارد. این مطلب اولین بار توسط Osborne Reynolds در سال ۱۸۸۳ تشریح شد.



جریان آرام و آشفته

- در سرعت‌های کم، ماده رنگی در طول لوله بدون تغییر باقی مانده و بصورت یک لوله صاف ادامه مسیر می‌دهد. در این حرکت ذرات آب بصورت لایه‌های منظم است و به آن جریان آرام، لایه‌ای یا لزج (Laminar, viscous) می‌گویند.
 - با افزایش سرعت، حرکت ماده رنگی توأم با لرزش می‌گردد و بالاخره در سرعت‌های بالا، ذرات سیال بصورت منظم حرکت نکرده و ماده رنگی در تمام لوله پخش می‌شود. به این حالت جریان آشفته یا مغشوش (turbulent) می‌گویند.
 - زمانی که حرکت یک ذره سیال در یک جریان، دچار بی‌نظمی می‌شود، اینرسی جنبشی آن تمایل دارد تا ذره در امتداد مسیر جدید حرکت کند اما نیروهای لزجت سیال اطراف می‌خواهد تا آن را در امتداد مسیر اولیه قرار دهد.
 - ✿ در جریان لزج (آرام) تنش‌های ناشی از لزجت، به اندازه کافی بزرگ هستند تا ذره را در امتداد مسیر اولیه قرار دهند.
 - ✿ در جریان آشفته، بزرگی تنش‌های لزجت به اندازه کافی نبوده و ذرات سیال بصورت نامنظم حرکت می‌کنند.
- معیار اینکه جریان بصورت آشفته یا آرام است، نسبت نیروهای اینرسی به لزجت است.

جریان آرام و آشفته

- اگر l را به عنوان یک طول مشخصه از میدان جریان در نظر بگیریم (مانند قطر لوله یا ضخامت ایرفویل) و t را به عنوان مشخصه زمان فرض کنیم، طول، مساحت، حجم، سرعت و شتاب را می‌توان بر حسب این دو مولفه نوشت. برای یک المان کوچک از سیال با جرم حجمی ρ داریم:

$$\text{Volume of element} = k_1 l^3$$

$$\text{Mass of element} = k_1 \rho l^3$$

$$\text{Velocity of element, } v = k_2 \frac{l}{t}$$

$$\text{Acceleration of element} = k_3 \frac{l}{t^2}$$

$$\text{Inertial force} = \text{mass} \times \text{Acceleration}$$

$$= k_1 \rho l^3 \times k_3 \frac{l}{t^2} = k_1 k_3 \rho l^2 \left(\frac{l}{t} \right)^2 = k_1 k_3 \rho l^2 \left(\frac{v}{k_2} \right)^2 = \left(\frac{k_1 k_3}{k_2^2} \right) \rho l^2 v^2$$

جریان آرام و آشفته

Viscous force = Viscous shear stress $\times$ Area on which the stress acts

$$\text{Viscous shear stress} = \mu \times \text{Velocity gradient} = \mu \frac{v}{k_4 l}$$

$$\text{Area on which the stress acts} = k_5 l^2$$

$$\text{Viscous force} = \mu \frac{v}{k_4 l} \times k_5 l^2 = \frac{k_5}{k_4} \mu v l$$

$$\frac{\text{Inertial force}}{\text{Viscous force}} = \frac{\left(\frac{k_1 k_3}{k_2^2} \right) \rho l^2 v^2}{\frac{k_5}{k_4} \mu v l} = \frac{k_1 k_3 k_4}{k_2^2 k_5} \frac{\rho l^2 v^2}{\mu v l} = \text{constant} \times \frac{\rho v l}{\mu}$$

$$= \text{constant} \times \frac{v l}{\nu}$$

جریان آرام و آشفته

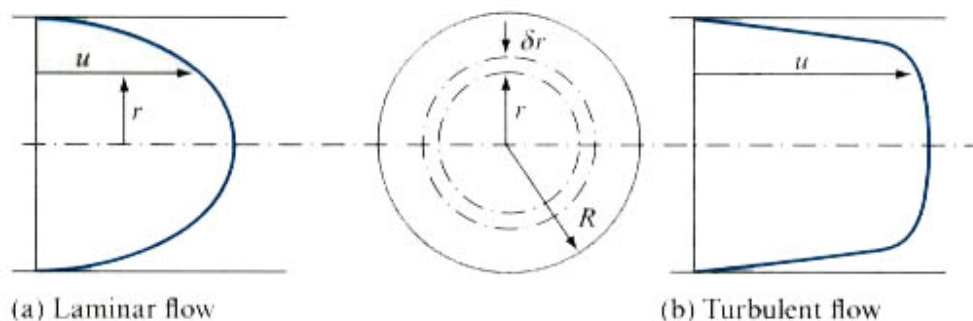
بنابراین معیار آرام یا آشفته بودن جریان عدد vl/ν است. که به آن عدد رینولدز می‌گویند. این عدد یک عدد بدون بعد بوده و نسبت نیروهای اینرسی به نیروهای لزجت می‌باشد.

$$\text{Re} = \frac{\rho v l}{\mu} = \frac{v l}{\nu}$$

- مطالعات آزمایشگاهی نشان داده است که وقتی عدد رینولدز بر اساس قطر لوله تعریف شود، به ازاء اعداد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰ جریان در لوله آرام است و هر عاملی که بخواهد جریان را آشفته سازد، توسط نیروهای لزجت، میرا می‌شود.
- برای سایر جریان‌ها و بر اساس سرعت و طولی که برای تعریف عدد رینولدز استفاده می‌شود، معیار آرام یا آشفته بودن جریان متفاوت خواهد بود.
- برای اعداد رینولدز بالاتر از ۲۰۰۰ در حالت کلی جریان آشفته نیست و حتی تا اعداد رینولدز در حدود ۵۰۰۰۰ هم توانسته‌اند جریان را در حالت آرام نگه‌دارند. اما این جریان ناپایدار بوده و با کوچکترین اختلالی آشفته می‌شود.
- در لوله‌های مستقیم با قطر ثابت، به ازاء اعداد رینولدز بالاتر از ۴۰۰۰، جریان آشفته فرض می‌شود و بین ۲۰۰۰ تا ۴۰۰۰ را حالت انتقالی می‌نامند.

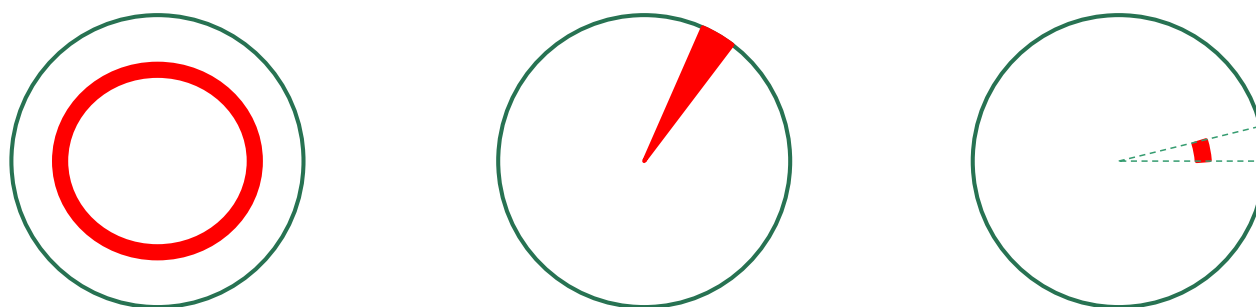
دبی و سرعت متوسط

- به کل مقدار سیالی که در واحد زمان از یک سطح مقطع مشخص از جریان عبور می‌کند، دبی (discharge) می‌گویند.
- گاهی دبی را بر حسب جرم عبوری تعریف می‌کنند که در این حالت با $\dot{m}$ نشان می‌دهند (kg/s).
- معمولاً دبی را بر حسب حجم عبوری بیان می‌کنند و با Q نشان می‌دهند.
- برای کانال‌ها یا داکت‌ها دبی در واحد عرض (Q/B) را با q نشان می‌دهند.
- اگر سرعت در مقطع ثابت و برابر با u و سطح مقطع جریان A باشد، دبی برابر با $Q=Au$ خواهد بود.
- در عمل همواره بخاطر مرزهای جریان، سرعت ثابت نداریم.

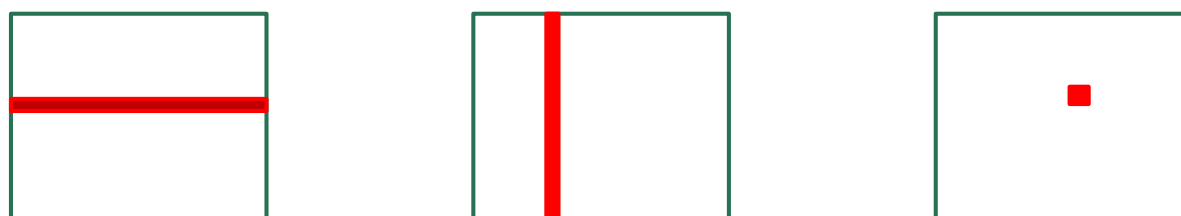


دبی و سرعت متوسط

- انواع المان برای مقطع دایره‌ای:



- انواع المان برای مقطع مستطیلی:



دبی و سرعت متوسط

- به عنوان مثال، برای لوله مشخص شده در شکل، که سرعت متناسب با فاصله از مرکز است، دبی عبوری از المان برابر است با:

$$\delta Q = \text{Area of element} \times \text{Velocity}$$
$$= 2\pi r \delta r \times u$$

- و دبی کل مقطع با انتگرال گیری بدست می آید:

$$Q = 2\pi \int_0^R u r \, dr$$

- در صورتی که سرعت را نتوان بصورت رابطه مشخصی از فاصله تعیین کرد، دبی را که حاصل انتگرال فوق می باشد باید بصورت عددی محاسبه کرد.
- فقط در مقطع مستطیلی که سرعت فقط در یک جهت متغیر است، دبی در واحد عرض برابر با مساحت زیر نمودار سرعت است.

دبی و سرعت متوسط

- در اغلب مسائل استفاده از سرعت متوسط مورد علاقه مهندسی می باشد.

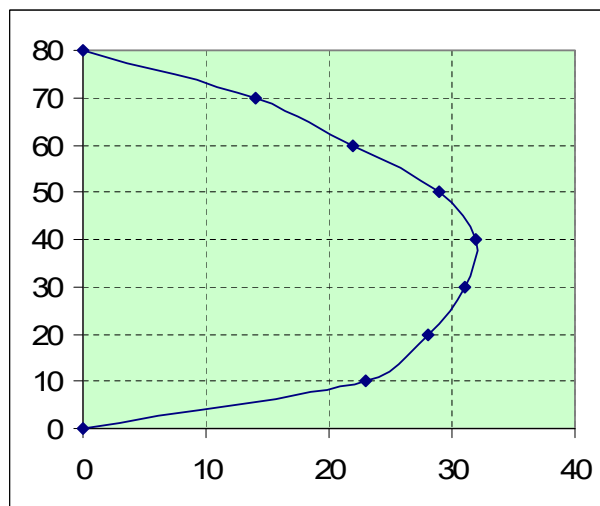
$$\text{Mean velocity, } V = Q/A$$

- سرعت متوسط یک سرعت فرضی است که اگر جریان در مقطع با توزیع سرعت یکنواخت جریان داشته باشد، دبی مورد نظر به ازاء این سرعت از مقطع عبور می کند.

دبی و سرعت متوسط

با استفاده از اندازه‌گیری آزمایشگاهی، سرعت جریان هوا بین دو صفحه موازی که فاصله 80 mm از یکدیگر قرار دارند، بصورت جدول زیر اندازه‌گیری شده است. دبی در واحد عرض و سرعت متوسط جریان را حساب کنید.

Distant (mm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Velocity (m/s)	0	23	28	31	32	29	22	14	0



$$q = 1.79 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$V = \frac{1.79}{80 \times 10^{-3}} = 23.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$