

مکانیک سیالات

شناوری

www.hadian.ir



محمد رضا هادیان
دانشگاه یزد – دانشکده مهندسی عمران

اجسام مغروق و شناور

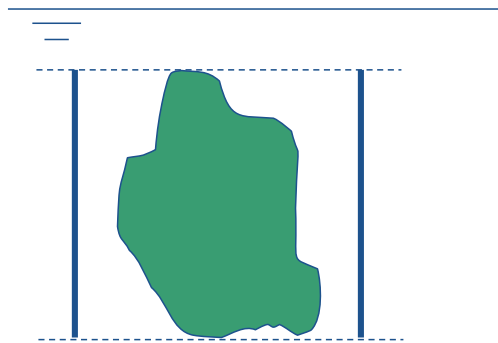
● از قوانین ارائه شده برای محاسبه مولفه افقی و قائم وارد بر سطوح منحنی می توان برای محاسبه نیروی وارد بر اجسام با هر شکلی استفاده نمود.

● برای محاسبه نیروهای افقی و قائم وارد بر اجسام شناور و مغروق از روابط بدست آمده برای محاسبه نیروهای وارد بر سطوح منحنی استفاده می کنیم.

برآیند نیروی افقی در اجسام مغروق و شناور

● برای جسم مغروق، نیروی وارد بر هر طرف برابر با نیروی وارد بر تصویر جسم در صفحه قائم است.

● برآیند نیروهای افقی وارد بر یک جسم مغروق یا شناور صفر است.



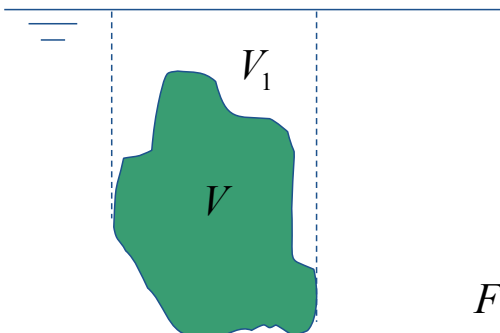
برآیند نیروی قائم در اجسام مغروق و شناور

● برای جسم مغروق، نیروی قائم بر هر سطح برابر با حجم مایع بالای آن سطح تا سطح آزاد مایع است. (با در نظر گرفتن جهت اثر نیرو).

✱ نیروی وارد بر سطح بالایی جسم (نیروی رو به پائین) = وزن مایع بالای جسم تا سطح آزاد

$$F_{downward} = \rho g V_1$$

✱ نیروی وارد بر سطح پائینی جسم (نیروی رو به بالا) = وزن مایع بالای جسم تا سطح آزاد و مایع جابجا شده توسط جسم



$$F_{upward} = \rho g (V + V_1)$$

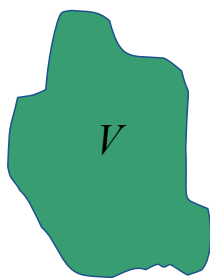
✱ برآیند نیروی وارد بر جسم توسط مایع:

$$F = F_{upward} - F_{downward} = \rho g V$$

نیروی ارشمیدس در اجسام غوطه‌ور

قانون ارشمیدس: جسم غوطه‌ور به اندازه وزن مایع هم حجم خود سبک می‌شود.

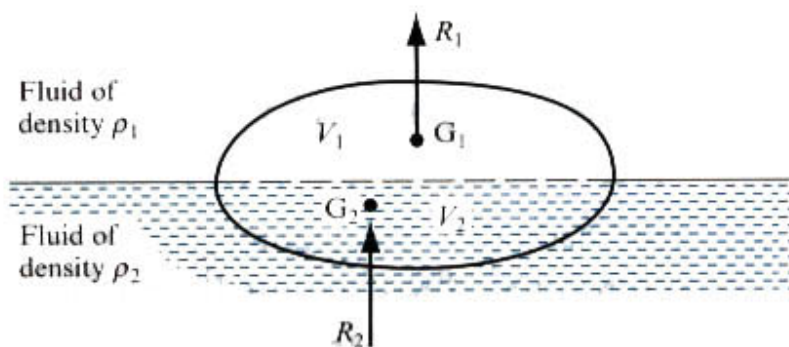
محل اثر نیروی شناوری (مرکز شناوری) همان مرکز حجم سیال جابجا شده است.



$$F = \rho g V$$

برآیند نیروی قائم در اجسام مغروق و شناور

● اگر جسم بگونه‌ای قرار گرفته باشد که بخشی از آن در یک سیال و بخشی دیگر در یک سیال دیگر قرار گرفته باشد:



$$R_1 = \rho_1 g V_1$$

$$R_2 = \rho_2 g V_2$$

$$R = R_1 + R_2 = \rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2$$

● اگر وزن مخصوص سیال بالایی در مقایسه با سیال پائینی خیلی کم باشد (جسم شناور باشد):

$$R = R_2 = \rho_2 g V_2$$

نیروی شناوری در یک جسم شناور به اندازه وزن سیال جابجا شده است و محل اثر آن (مرکز شناوری) مرکز حجم سیال جابجا شده است.

مثال

● قایقی مستطیلی به عرض ۶ متر و طول ۱۲ متر، در آب خالص دارای عمق مغروق ۱/۵ متر است.

✱ وزن قایق چقدر است؟

✱ عمق مغروق قایق در آب دریا با جرم حجمی 1025 kg/m^3 چقدر است؟

✱ اگر حداکثر عمق مغروق قایق، ۲ متر باشد، بیشترین میزان باری که قایق در آب خالص می تواند حمل کند، چقدر است؟

$$R = \rho g V = \rho g (B \times L \times D) = W_{\text{pontoon}}$$

$$W_{\text{pontoon}} = 1000 \times 9.81 \times (6 \times 12 \times 1.5) = 1059.5 \times 10^3 \text{ N} = 1059.5 \text{ kN}$$

$$W_{\text{pontoon}} = \rho_1 g (B \times L \times D_1) \Rightarrow D_1 = \frac{W_{\text{pontoon}}}{\rho_1 g (B \times L)}$$

$$D_1 = \frac{1059.5 \times 10^3}{1025 \times 9.81 \times (6 \times 12)} = 1.46 \text{ m}$$

$$R = \rho g (B \times L \times D_2) = W_{\text{pontoon}} + W_{\text{load}}$$

$$1000 \times 9.81 \times (6 \times 12 \times 2) = (1059.5 \times 10^3) + W_{\text{load}}$$

$$W_{\text{load}} = 353.1 \text{ kN}$$

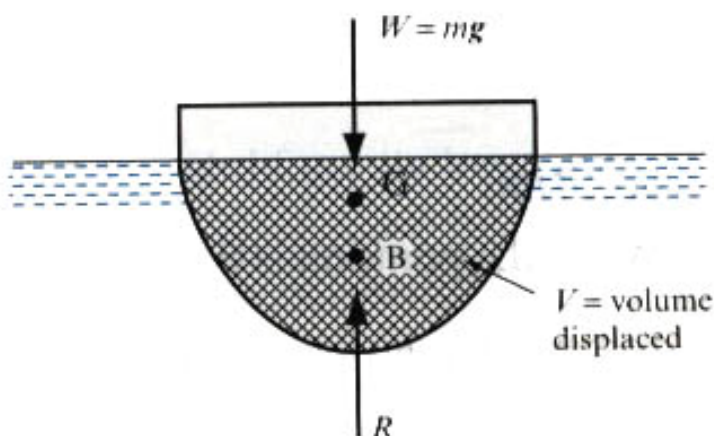
تعادل در اجسام شناور

● برای یک جسم شناور، وزن جسم با نیروی شناوری که از طرف مایع به آن وارد می شود برابر است.

✱ نیروی شناوری به مرکز شناوری وارد می شود و برابر با حجم سیال جابجا شده است.

✱ نیروی وزن به مرکز جرم وارد می شود.

✱ برای برقراری تعادل باید نیروی وزن و نیروی شناوری در یک امتداد باشند.

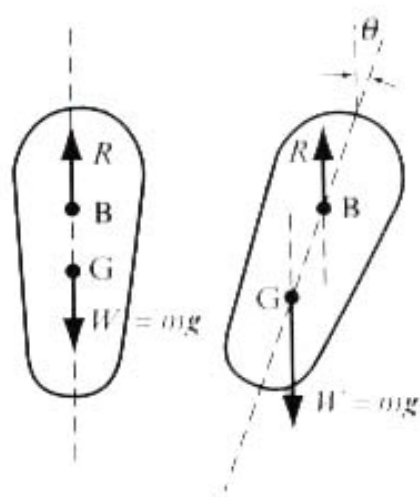


$$\text{Volume of fluid displaced, } V = \frac{mg}{\rho g} = \frac{m}{\rho}$$

پایداری اجسام مغروق

● برای یک جسم مغروق:

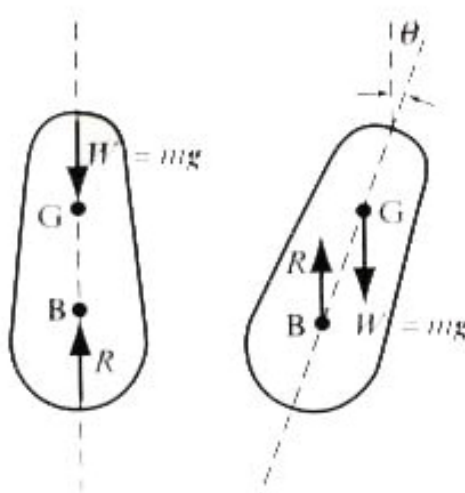
- نیروی وزن بر مرکز جرم جسم وارد می‌شود.
- نیروی شناوری بر مرکز حجم سیال جابجا شده یا همان مرکز حجم جسم وارد می‌شود.
- به لحاظ برقراری تعادل در جهت قائم، امتداد نیروی وزن و شناوری روی یک خط هستند.



- در حالتی که مرکز جرم پائین‌تر از مرکز شناوری باشد: به ازاء یک جابجایی زاویه‌ای کوچک در جسم نسبت به حال تعادل، گشتاور برگرداننده در جسم برابر با $W \times BG \times \theta$ بوجود می‌آید که می‌خواهد جسم را به حالت اولیه برگرداند.

پایداری اجسام مغروق

- در حالتی که مرکز جرم بالاتر از مرکز شناوری باشد: به ازاء یک جابجایی زاویه‌ای کوچک در جسم نسبت به حال تعادل، گشتاوری در جسم برابر با $W \times BG \times \theta$ بوجود می‌آید که می‌خواهد جسم را بیشتر از حالت تعادل دور کند.



پایداری اجسام مغروق



پایداری اجسام شناور

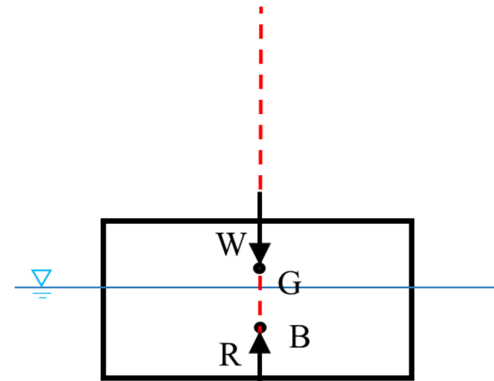
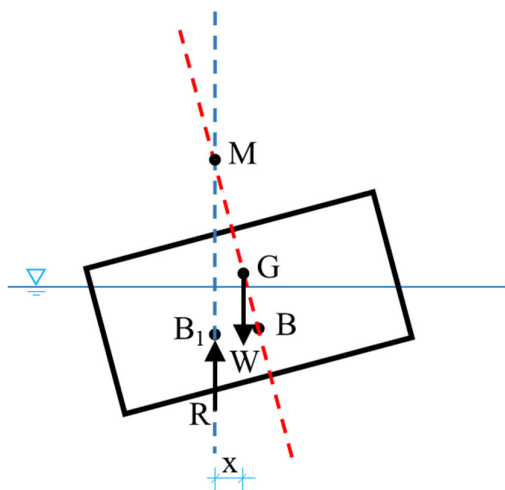
● برای یک جسم شناور:

- ❁ نیروی وزن بر مرکز جرم جسم وارد می شود.
- ❁ نیروی شناوری بر مرکز حجم سیال جابجا شده وارد می شود.
- ❁ به لحاظ برقراری تعادل در جهت قائم، امتداد نیروی وزن و شناوری روی یک خط هستند.

پایداری اجسام شناور

● به ازاء یک جابجایی زاویه‌ای کوچک در جسم نسبت به حال تعادل:

- نیروی وزن و محل اثر آن تغییر نمی‌کند.
- برای برقراری تعادل، نیروی شناوری برابر با وزن جسم باقی می‌ماند.
- مرکز شناوری پس از جابجایی به نقطه جدیدی منتقل می‌شود.



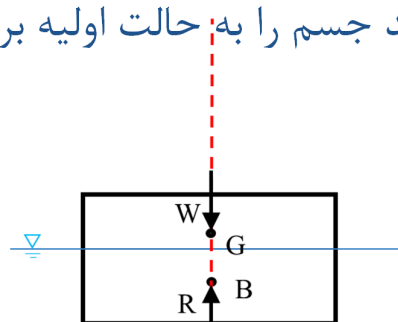
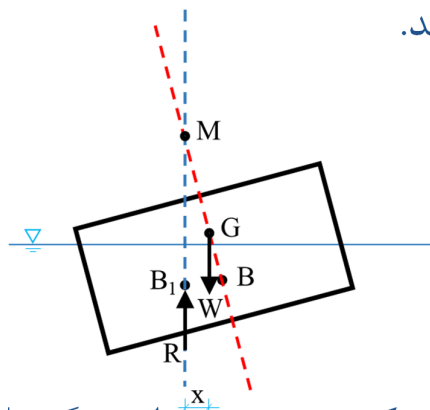
گشتاور برگرداننده $W \times x =$

● محل برخورد امتداد نیروی شناوری در حالت جدید و قدیم را مرکز متاسنتری (metacenter) و GM را ارتفاع متاسنتری گویند.

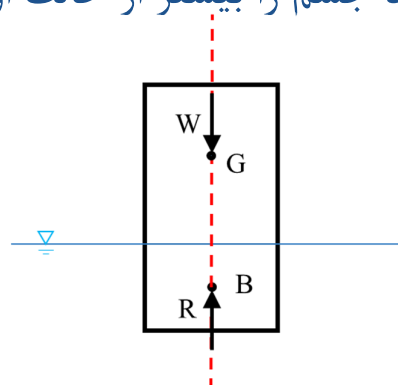
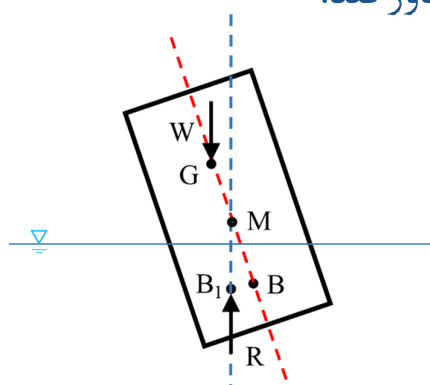
$$x = GM \times \theta$$

پایداری اجسام شناور

● در حالتیکه مرکز متاسنتری بالاتر از مرکز جرم جسم باشد، گشتاور ایجاد شده می‌خواهد جسم را به حالت اولیه برگرداند.



● در حالتیکه مرکز متاسنتری پایین‌تر از مرکز جرم جسم باشد، گشتاور ایجاد شده می‌خواهد جسم را بیشتر از حالت اولیه دور کند.



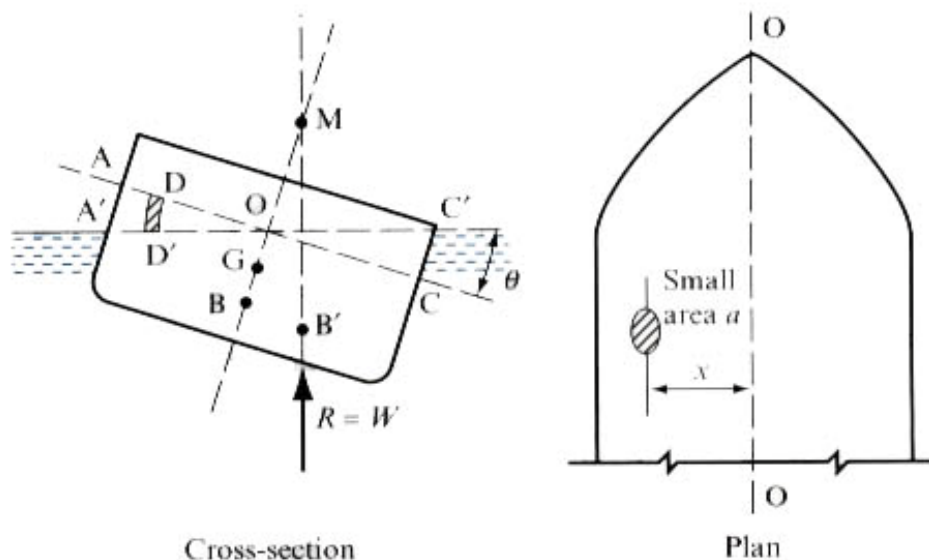


تعیین مرکز متاستری نسبت به مرکز شناوری

● برای یک جسم با شکل مشخص و میزان مایع جابجا شده معین، می توان مرکز شناوری و مرکز متاستری را از روابط تحلیلی محاسبه نمود.

● با چرخش جسم حول محور OO به اندازه θ ، مرکز شناوری از نقطه B به نقطه B' منتقل می شود.

● اگر زاویه چرخش خیلی کوچک باشد: $BM = BB' / \theta$



تعیین مرکز متاستری نسبت به مرکز شناوری

چرخش جسم نتیجه حذف مایع گوشه 'AOA و اضافه شدن مایع گوشه 'COC است.

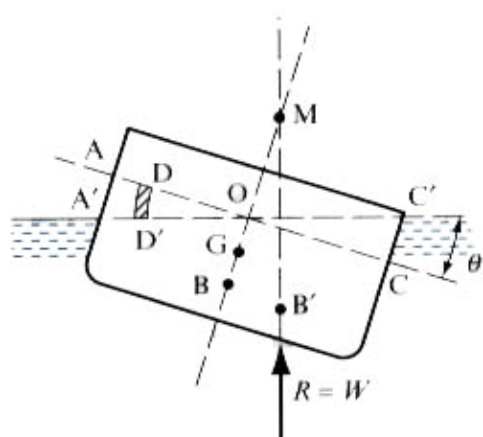
چون کل نیروی شناوری برابر با وزن جسم است و تغییری نکرده، بنابراین:

وزن مایع در گوشه 'AOA = وزن مایع در گوشه 'COC

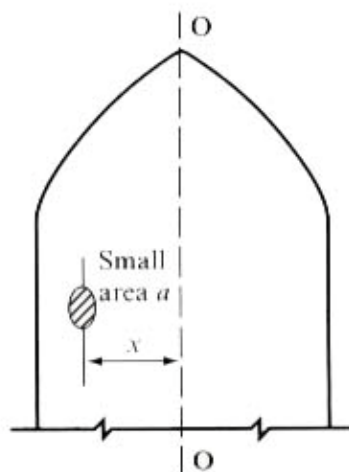
برای مساحت کوچک a روی سطح جسم که به فاصله x از محور چرخش قرار دارد، با

چرخش جسم، حجمی به اندازه $DD' \times a = ax\theta$ تولید می‌شود.

بنابراین وزن گوشه 'AOA برابر است با:



Cross-section



Plan

$$W_{AOA'} = \sum_{x=0}^{x=OA} \rho g a x \theta$$

بطور مشابه:

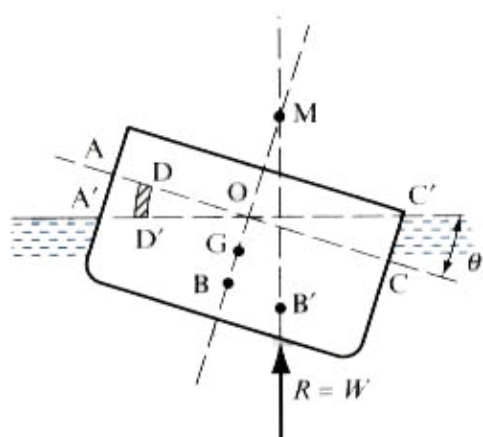
$$W_{COC'} = \sum_{x=0}^{x=CO} \rho g a x \theta$$

تعیین مرکز متاستری نسبت به مرکز شناوری

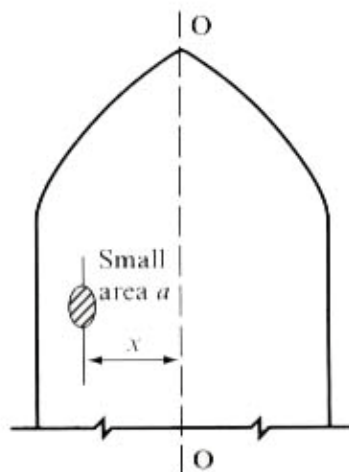
با توجه به برابری وزن مایع در گوشه 'AOA و وزن مایع در گوشه 'COC

$$\rho g \theta \sum_{x=0}^{x=OA} a x = \rho g \theta \sum_{x=0}^{x=CO} a x \quad \longrightarrow \quad \sum a x = 0$$

این ترم ممان اول سطح جسم حول محور OO است. بنابراین، محور OO از مرکز سطح پلان جسم می‌گذرد.



Cross-section



Plan

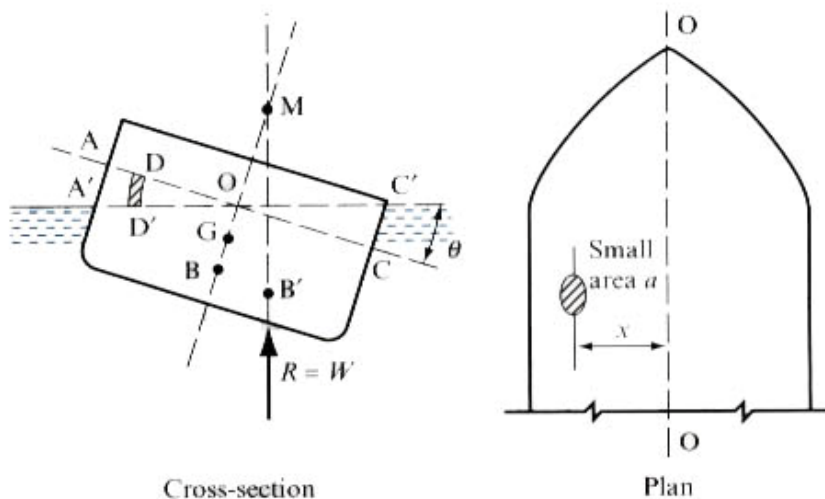
تعیین مرکز متاستری نسبت به مرکز شناوری

گشتاور حاصل از جابجایی مایع از گوشه AOA' به گوشه COC' برابر با گشتاور ناشی از جابجایی نیروی شناوری R از نقطه B به نقطه B' است.

گشتاور ناشی از حجم حاصل از دوران a حول محور OO $\rho g a x \theta \times x =$

کل گشتاور مربوط به جابجایی گوشه‌ها: $\rho g \theta \sum a x^2$

گشتاور ناشی از جابجایی مرکز شناوری:

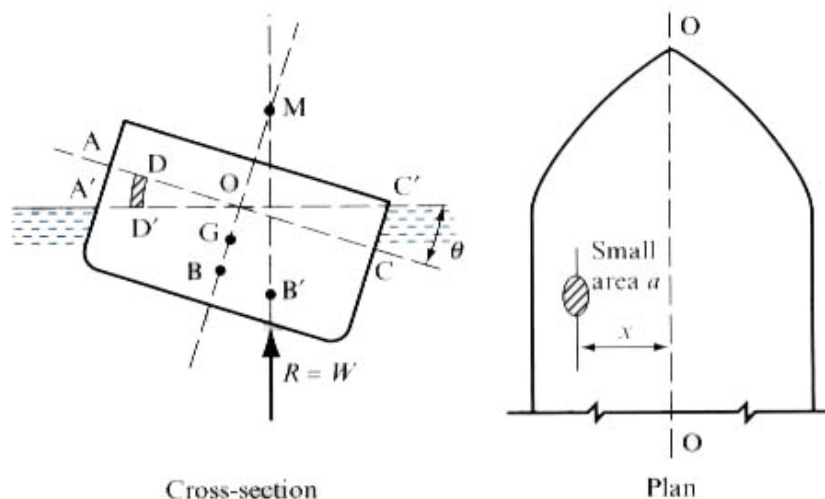


$$R \times BB' = \rho g V \times BB'$$

تعیین مرکز متاستری نسبت به مرکز شناوری

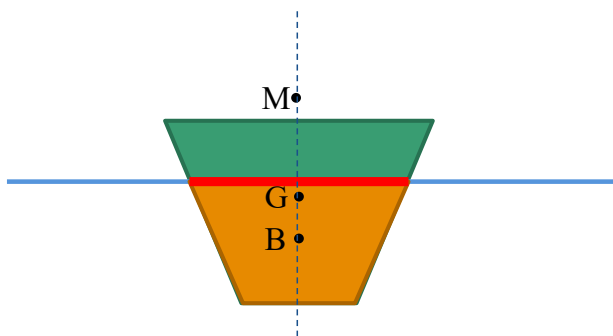
$$\rho g \theta I = \rho g V \times BB' \quad \longrightarrow \quad BB' = \frac{\theta I}{V}$$

فاصله BM را شعاع متاستری می‌گویند.

$$BM = \frac{BB'}{\theta} = \frac{I}{V}$$


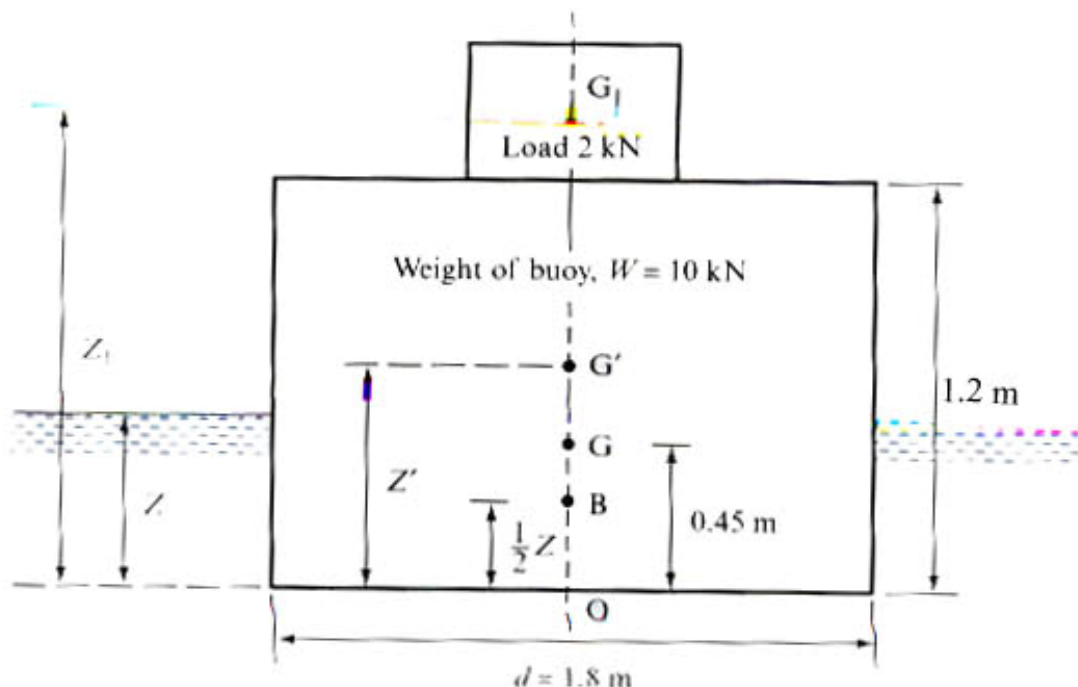
روال معمول در بررسی تعادل جسم شناور

- محاسبه وزن جسم و تعیین مرکز جرم
- تعیین حجم سیال جابجا شده
- محاسبه شکل سیال جابجا شده با در نظر گرفتن شکل جسم
- محاسبه مرکز شناوری و تعیین سطح پلان جسم شناور
- محاسبه شعاع متاسنتری بر اساس محور ضعیف
- تعیین نقطه متاسنتر
- مقایسه نقطه متاسنتر با مرکز جرم

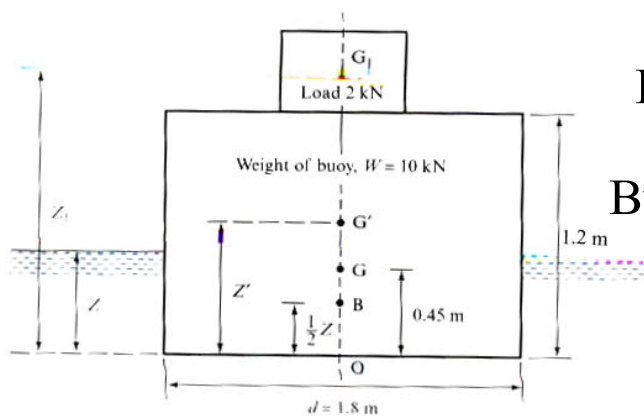


مثال

● شناور استوانه‌ای به قطر 1.8 m و ارتفاع 1.2 m ، با وزن 10 kN ، در آب شور با چگالی نسبی 1.025 شناور است و مرکز جرم آن، به فاصله 0.45 m از کف آن قرار دارد. اگر باری به اندازه 2 kN روی شناور قرار گیرد، حداکثر ارتفاع مرکز جرم بار از کف شناور، چقدر باشد، تا مجموعه شناور و بار روی آن در حالت تعادل پایدار باشند؟



مثال



$$\text{Buoyance force} = \rho g V = \rho g \left(\pi \frac{d^2}{4} Z \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Buoyance force} &= \text{Weight of buoy} + \text{load} \\ &= W + W_1 \end{aligned}$$

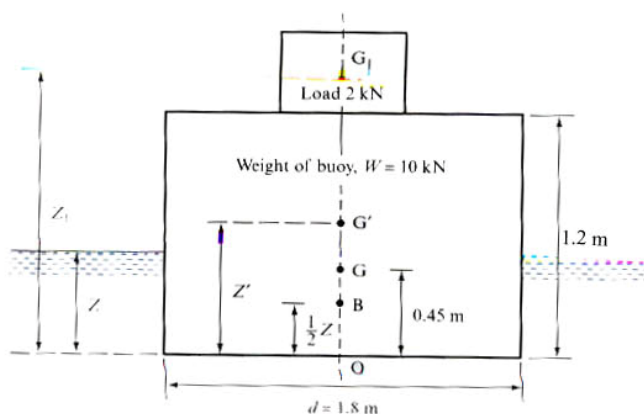
$$W + W_1 = \rho g V = \rho g \left(\pi \frac{d^2}{4} Z \right)$$

$$Z = \frac{4(W + W_1)}{\rho g \pi d^2} \quad Z = \frac{4 \times (10 + 2) \times 10^3}{1.025 \times 10^3 \times 9.81 \times \pi \times 1.8^2} = 0.47 \text{ m}$$

$$OB = \frac{1}{2} Z = 0.235 \text{ m}$$

برای حالت تعادل پایدار باید مرکز متاسنتری بالاتر از مرکز جرم مجموعه باشد، در حالت حدی این دو نقطه بر هم منطبق می شوند. بنابراین ارتفاع متاسنتری $G'M=0$ و $BG'=BM$ است.

مثال



$$\begin{aligned} BG' = BM &= \frac{I}{V} = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4} Z} = \frac{d^2}{16 Z} \\ &= \frac{1.8^2}{16 \times 0.47} = 0.431 \text{ m} \end{aligned}$$

$$Z' = \frac{1}{2} Z + BG' = 0.235 + 0.431 = 0.666 \text{ m}$$

$$W_1 Z_1 + 0.45 W = (W + W_1) Z'$$

$$Z_1 = \frac{(W + W_1) Z' - 0.45 W}{W_1} = \frac{(12 \times 10^3) \times 0.666 - 0.45 \times 10 \times 10^3}{2 \times 10^3} = 1.746 \text{ m}$$

مثال ٢

Examine the stability

$$A = 0.01\pi \text{ m}^2$$

$$W_1 = \rho g V_1 = \rho g A \times 0.975 = 150.17 \text{ N}$$

$$W_2 = \rho g V_2 = 61.61 \text{ N}$$

$$h = \frac{W_1 + W_2}{9810 \times A} = 0.6875 \text{ m}$$

$$Z_B = 0.6875 / 2 = 0.344 \text{ m}$$

$$Z_G = \frac{W_1 \times (0.975 / 2 + 0.025) + W_2 \times (0.025 / 2)}{W_1 + W_2} = 0.367 \text{ m}$$

$$BG = 0.367 - 0.344 = 0.023 \text{ m}$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = 2.5 \times 10^{-5} \pi \text{ m}^4$$

$$BM = \frac{I}{V} = 0.0036 \text{ m}$$

$$BM < BG \text{ Unstable}$$

